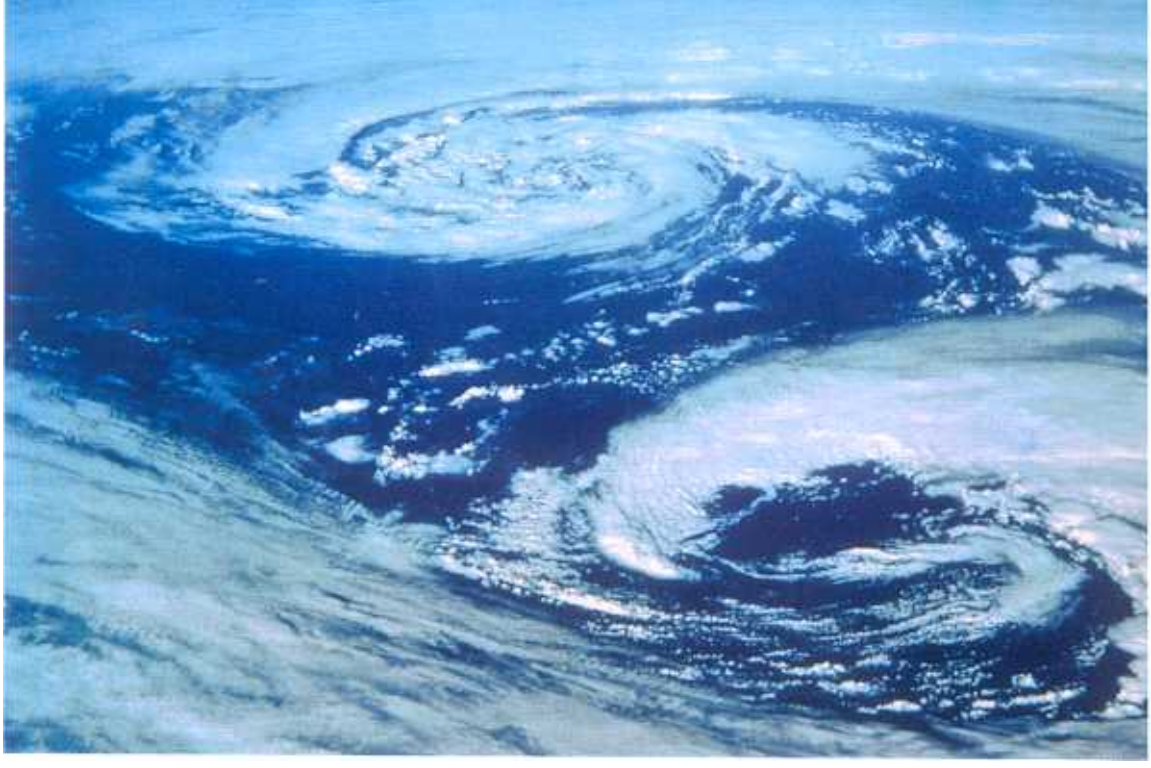


Los problemas del nuevo milenio

En este artículo se describen algunos de los problemas todavía no resueltos que los matemáticos consideran como más relevantes y que están todavía sin resolver. Siete de ellos han sido señalados por la Fundación Clay como merecedores de un cuantioso premio.

José Luis Fernández,
Universidad Autónoma de Madrid.

Manuel de León,
Consejo Superior de Investigaciones Científicas.

Hace unos meses, el 24 de mayo de 2000, la Fundación Clay sorprendió al mundo científico proponiendo en una conferencia en París, en el Collège de France, una lista de siete problemas de matemáticas, a los que ha denominado Problemas del Millenium Prize, es decir, los Problemas del Premio del Milenio. La Fundación Clay[1] ofrece 1 millón de dólares por la solución de cualquiera de esos problemas.

Muchos son los que opinan que vivimos en un momento dorado de la historia de las Matemáticas. La gran cantidad de especialidades en las que se dividieron las Matemáticas durante la primera mitad del siglo XX ha visto posteriormente un proceso de unificación, de convergencia, que no hace sino resaltar la bella unidad de las Matemáticas. Recientemente, hemos vivido como un problema de 350 años como el Último Teorema de Fermat ha visto su solución definitiva, usando toda una riquísima maquinaria matemática. Pero también hemos visto probada la conjetura de Kepler, la que propone que la forma más eficiente de empaquetar esferas en el espacio 3-dimensional es la más natural, la manera usual en la que en una frutería se apilan las naranjas; aunque a fuer de precisos, y como mandan las tradiciones de rigor de las matemáticas, debemos todavía emitir un mensaje de prudencia, hasta que haya un consenso definitivo sobre la corrección de la demostración de Hales. Pero además, el teorema de los cuatro colores, el enunciado que proclama que todos los mapas planos se pueden colorear con cuatro colores de manera que países vecinos reciban colores distintos, fue resuelto en los años setenta por Appel y Haken[2]. Otros muchos problemas, quizás no tan centrales, han sido resueltos, por ejemplo, la conjetura de Bieberbach, que fue propuesta a principios de siglo XX, y que fue demostrada en los años ochenta por el matemático norteamericano Louis de Branges; el Teorema de de Branges nos da la estructura de los coeficientes de Taylor de las aplicaciones conformes.

Así que la propuesta de los premios del Milenio no hace sino incidir en ese convencimiento de que los matemáticos ahora pueden con todo.

Los problemas en Matemáticas. Cuando la Unión Matemática Internacional decidió en 1992 declarar el año 2000 como Año Mundial de las Matemáticas tenía en mente la famosa lista de problemas que Hilbert había propuesto en su conferencia *Mathematische Probleme* durante el segundo Congreso Internacional de Matemáticos que había tenido lugar en el marco de la Exposición Universal de París de 1900. La Fundación Clay escenificó la presentación de sus premios en París como referencia y reconocimiento explícitos a Hilbert.

La lista de Hilbert es fascinante. Tomemos perspectiva. Hilbert, a título personal y avalado exclusiva-

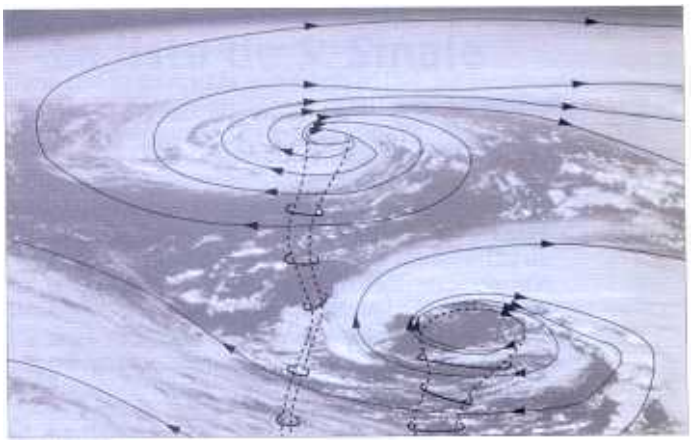
(1) Fundación Clay: http://www.claymath.org/

(2) Es interesante destacar la diferencia entre el Teorema de Fermat, por una parte, y la Conjetura de Kepler y el Problema de los Cuatro Colores por otra. En el primer caso, el resultado vino por puro razonamiento matemático. Los otros dos problemas requirieron además el uso de ordenadores, porque había que analizar una gran cantidad de casos a los que se reducían los problemas en sí, tarea que solo la potencia computacional de un ordenador podía llevar a cabo.

(3) Una revisión relativamente al día del estado actual de los problemas de Hilbert se encuentra en las actas de un Congreso al respecto en: F. Browder, editor: *Mathematical Developments Arising from Hilbert Problems*, American Mathematical Society, Providence, R.I, 1976.

mente por su prestigio, propone a todos los matemáticos del mundo del momento, y con una clara conciencia de trascendencia, una lista explícita de retos concretos que él cree deben marcar la evolución de la ciencia matemática en todo un siglo. Algo realmente atrevido. En el éxito indudable de la lista de Hilbert hay un poco de profecía que se cumple a sí misma. Los problemas de Hilbert se han ido resolviendo uno tras otro (aunque alguno aún ser resiste) y así se ha ido marcando el avance de las matemáticas[3].

Hay que resaltar que en Matemáticas un problema es algo bueno. Las Matemáticas, las Ciencias Exactas, son extraordinariamente precisas en la formulación de sus resultados, de lo que se conoce, y de lo que no, de lo que está demostrado y de lo es sólo una conjetura. La incorporación de un nuevo resultado al edificio del conocimiento matemático es algo definitivo. Los resultados matemáticos no son hipótesis de trabajo revisables y revocables según se vayan



Formación de dos centros de tormenta. Para saber más del tema: Díaz, J.I. (editor), *The Mathematics of models for Climatology and Environment, Springer-Verlag*, Berlín 1997.

Los 23 problemas de Hilbert

David Hilbert (1862-1943) nació en Königsberg (Prusia), y murió en Göttingen (Alemania), de cuya universidad fue profesor desde 1885 a 1930. A París acudió Hilbert como Presidente de la Sociedad Alemana de Matemáticas. Su famoso discurso se centró en los problemas siguientes:

Problema 1. El problema de Cantor sobre el cardinal del continuo. (La hipótesis del continuo).
Problema 2. La compatibilidad de los axiomas de la aritmética.
Problema 3. La igualdad de los volúmenes de dos tetraedros de igual base y misma altura.
Problema 4. Problema de la línea recta como distancia más corta entre dos puntos. (Las geometrías alternativas).
Problema 5. El concepto de grupo de transformaciones sin la hipótesis de diferenciabilidad de las funciones que definen el grupo. (Es decir, un grupo continuo es automáticamente un grupo de Lie).
Problema 6. Tratamiento matemático de los axiomas de la Física.
Problema 7. Irracionalidad y trascendencia de algunos números.
Problema 8. Problemas de números primos. (La distribución de los números primos y la hipótesis de Riemann).
Problema 9. Demostración de las leyes de reciprocidad más generales en cualquier cuerpo de números.
Problema 10. Determinación de la resolubilidad de las ecuaciones diofánticas.
Problema 11. Formas cuadráticas con coeficientes numéricos algebraicos arbitrarios.
Problema 12. Extensión del teorema de Kronecker sobre cuerpos abelianos a cualquier campo algebraico de racionalidad.
Problema 13. Imposibilidad de la solución de la ecuación general de séptimo grado mediante funciones de solo dos argumentos. (Generaliza la imposibilidad de resolver la ecuación general de quinto grado por radicales).
Problema14. Demostración de la finitud de ciertos sistemas completos de funciones.
Problema 15. Fundamentación rigurosa del cálculo enumerativo de Schubert.
Problema 16. Problema de la topología de curvas algebraicas y superficies.
Problema 17. Expresión de formas definidas por cuadrados.
Problema 18. Construcción del espacio a partir de poliedros congruentes (grupos cristalográficos de dimensión n, dominios fundamentales, empaquetamientos de esferas).
Problema19. ¿Las soluciones de problemas regulares en el Cálculo de variaciones son siempre analíticas?
Problema 20. El problema general de los valores frontera. (Problemas variacionales).
Problema 21. Prueba de la existencia de ecuaciones diferenciales lineales con un grupo de monodromía prescrito.
Problema 22. Uniformización de relaciones analíticas mediante funciones automorfas.
Problema 23. Avance en el desarrollo de los métodos del Cálculo de Variaciones.

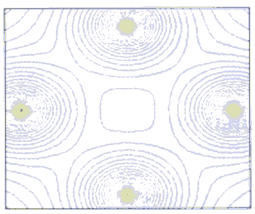
La lista de Hilbert insistía en varios puntos en la construcción axiomática del edificio matemático, y ya su Grundlagen der Geometrie (Fundamentos de Geometría) publicado en 1899, sentaba las bases axiomáticas de la geometría. La influencia de la conferencia de Hilbert fue enorme, y llevó a una fundamentación sólida de las matemáticas en la primera mitad del siglo xx. En cierta manera, puede decirse que el grupo Bourbaki es hijo de ese enfoque axiomático. Algunos temas importantes, como la Topología y los sistemas dinámicos, fueron enfatizados más tarde (en 1908) por el matemático francés Henri Poincaré. En la segunda mitad del siglo xx se asistió por contra a un fenómeno de hibridación entre especialidades, y ahora estamos en un momento de libertad de pensamiento, más acorde con las ideas de Poincaré, y con una visión muy abierta de lo que deben ser las matemáticas.

Direcciones web en la Universidad Clarke:
http://aleph0.clarku.edu/~djoyce/hilbert/toc.html
http://aleph0.clarku.edu/~djoyce/hilbert/toc.html
La conferencia original de David Hilbert «Mathematische Probleme» apareció primero publicada en la revista *Göttinger Nachrichten*, 1900, pp. 253-297, y en el *Archiv der Mathematik und Physik*, (3)1 (1901), 44-63 and 213-23. Los interesados en leerla pueden acudir a:
http://aleph0.clarku.edu/~djoyce/hilbert/problems.html

confirmando a través de experimentos, como ocurre en las Ciencias Físicas, por ejemplo.
Los problemas matemáticos son destilados que recogen retos conceptuales, barreras técnicas. No confundamos, faltaría más, con los ejercicios de mayor o menor dificultad que permiten entrenarse en técnicas estandarizadas. De lo que hablamos son de problemas que han resistido el ataque de los mejores expertos con todas las técnicas matemáticas conocidas.
Uno espera de los buenos problemas que abran puertas a nuevas vistas, que den lugar a nacientes desarrollos, que permitan novedosos avances en la capacidad descriptiva del lenguaje matemático.
Los matemáticos somos conscientes de que hoy en día emular a Hilbert no puede ser una tarea individual sino que ha de ser una empresa colectiva. Son varias las iniciativas que a lo largo de este año nos invitarán a mirar al futuro para explicitar los retos fundamentales que han de enfrentar las matemáticas.

La Fundación Clay. El Instituto Clay de Matemáticas es una creación del empresario y filántropo norteamericano Landon T. Clay. La nota de prensa con la que el Instituto hizo públicos los premios es todo un canto romántico y apasionado sobre la importancia de las matemáticas en la sociedad actual. Entresacamos aquí algunas de las frases:

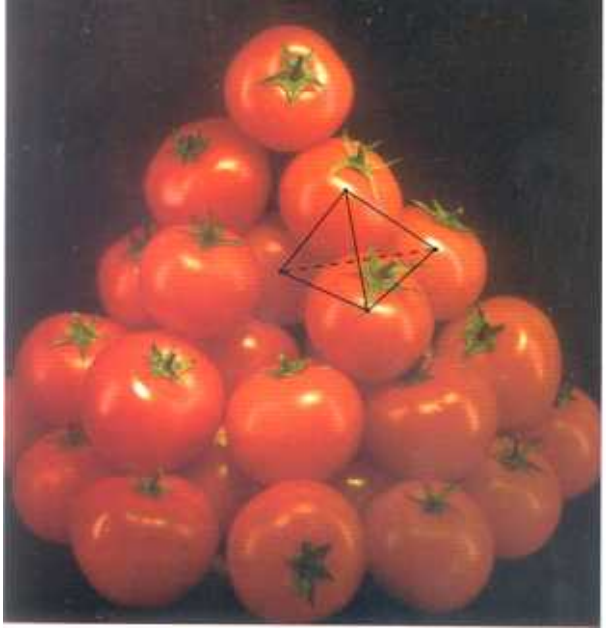
• Las matemáticas encarnan la quintaesencia del conocimiento humano.



Movimiento de un péndulo sobre el que actúa la fuerza magnética producida por cuatro imanes, produciendo un movimiento aparentemente caótico. Imagen: Yoav Levy

• Las matemáticas están presentes en todos los campos de actividad humana.
• Las fronteras de la capacidad de entender con matemáticas están evolucionando hoy de manera profunda e insondable.
• Los avances fundamentales en el conocimiento matemático acompañan los descubrimientos que se producen en todas las ciencias.
• Las aplicaciones tecnológicas de las matemáticas apuntalan nuestra vida diaria, nuestra habilidad para comunicarnos y para viajar, nuestra salud y bienestar, nuestra seguridad, y la prosperidad de todos.
• La evolución de las matemáticas de hoy seguirá siendo un ingrediente central en el mundo de mañana al que estamos dando forma.
• Apreciar la amplitud de la verdad matemática es todo un reto de las capacidades de la mente humana.

Esta declaración es todo un reconocimiento de la belleza, la utilidad y la profundidad del conocimiento matemático. Y para diseminar, afianzar y hacer avanzar las matemáticas, Landon T. Clay crea una Fundación y un Instituto con un sistema de becas y de patrocinio de proyectos. Como parte de ese esquema de actuación, y para reconocer logros excepcionales en las Ciencias matemáticas, la Fundación Clay ha decidido dotar estos Premio del Milenio.
El comité científico de la fundación Clay lo forman un excelso elenco de matemáticos del máximo prestigio: el francés Alain Connes, Medalla Fields, miembro del Instituto de Altos Estudios Científicos de París; el norteamericano Arthur Jaffe, catedrático de la Universidad de Harvard, quien además es el presidente del Instituto Clay; el británico, aunque afincado en



Tomates apilados según la conjetura de Kepler.
Imagen: Zephyr Images

los Estados Unidos desde hace años, Andrew Wiles, catedrático de la Universidad de Princeton, y que como todo el mundo conoce es quien resolvió, por fin, en 1995 el famoso enigma del Último Teorema de Fermat, una cuestión que, sin duda, estaría incluida entre los problemas del Milenio; y Edward Witten, físico y matemático, miembro del Institute for Advanced Study de Princeton y catedrático del California Institute of Technology, y Medalla Fields.

Este comité, tras consultar y asesorarse con otros matemáticos de primera fila, han seleccionado estos siete problemas. Según afirma el Instituto Clay, los problemas no han sido elegidos con el ánimo de dirigir hacia donde se ha de encaminar la investigación matemática del próximo siglo, sino que se trata de una serie de problemas de larga tradición que han resistido los más denodados ataques por los mejores expertos.

Las normas para la asignación de los premios son muy severas. Exigen que el artículo se haya publicado en una revista científica de primera línea y que transcurridos dos años de su publicación todavía subsista el consenso de que la solución es legítima. Sólo tras este tiempo el comité científico del Instituto Clay decidirá si la supuesta prueba merece ser analizada en detalle. Si es así, el comité científico designará un comité específico con expertos especialistas en el tema del problema, que deberá proceder a su estudio meticuloso. Tras un tiempo prudencial, este segundo comité emitirá un informe que será tenido en cuenta por el Instituto Clay y sólo entonces, y si éste informe es positivo, decidirá si el premio se concede a una sola persona o si lo divide entre varios. Las Matemáticas son intelectualmente rigurosas y los resultados o son verdad o no lo son: es fácil morir en la orilla. Un solo detalle que no se haya perfilado con exactitud invalida todo el argumento.

Las matemáticas son intelectualmente rigurosas y los resultados o son verdad o no lo son

La lista de Clay. Estos son los 7 problemas que el Instituto Clay ha considerado como los desafíos matemáticos más importantes del momento, problemas para un nuevo siglo (¿milenio?):

- P versus NP
- La conjetura de Hodge
- La conjetura de Poincaré
- La hipótesis de Riemann
- La existencia de soluciones a las ecuaciones de Yang-Mills y la falta de masa. (Véase recuadro pág. 62)
- El problema de existencia de soluciones y su diferenciabilidad en las ecuaciones de Navier-Stokes
- La conjetura de Birch y Swinnerton-Dyer

La joya de la corona, el problema que encabeza todas las listas actuales de grandes problemas de las Matemáticas, es la «Hipótesis de Riemann». Un problema

La lista de S. Smale

Steve Smale es uno de los grandes matemáticos de la segunda mitad del siglo XX. Atacó una enorme cantidad de temas matemáticos, siempre con un enorme éxito, desde los problemas más básicos hasta las aplicaciones a la economía. Es Medalla Fields y ha sido catedrático en Berkeley; actualmente es catedrático en la Universidad de Hong-Kong. Como parte de la celebración del Año Mundial de las Matemáticas, la Unión Matemática Internacional publicó un volumen con 30 contribuciones de destacados matemáticos. Una de esas contribuciones es debida a S. Smale y en ella plantea una lista con 18 problemas. Este artículo había aparecido ya en la revista Mathematical Intelligencer, vol. 20 (1988), pp. 7-15, como parte de un homenaje al prestigioso matemático ruso Vladimir I. Arnold. No reproduciremos aquí exhaustivamente los 18 problemas de Smale, pero sí comentaremos algunos. Los tres primeros son la Hipótesis de Riemann, la Conjetura de Poincaré y el Problema ¿Es P=NP? También está incluido el problema de las ecuaciones de Navier-Stokes. No están considerados los restantes tres problemas de la lista de Clay.

Hay tres problemas no incluidos en la lista de Clay que son de un evidente atractivo:

Problema 8 de Smale: La introducción de los Sistemas Dinámicos en la Teoría Económica. Es un problema en la interfase entre las matemáticas y la economía, en concreto, extender el modelo matemático de la teoría de equilibrio general para incluir los ajustes de precios. Se trata de extender la ecuación «oferta igual a demanda» a mercados complejos.

Problema 14 de Smale: El atractor de Lorenz. Lorenz consideró en 1963 un sistema de ecuaciones diferenciales, y mediante cálculos por ordenador, comprobó que la mayoría de las soluciones tendían a un cierto conjunto atractor. Este fue el primer, y famoso, ejemplo de caos. Pero faltaba la prueba matemática. Williams, Guckenheimer y York en 1979, construyeron geométricamente otros sistemas de ecuaciones diferenciales caóticos. El problema es probar si ambos sistemas son equivalentes o no. Un problema relacionado es si hay un procedimiento general para decidir si un sistema dinámico es caótico o no.

Problema 18 de Smale: Límites de la inteligencia. La pregunta es: ¿cuáles son los límites para la inteligencia, tanto artificial como humana? Smale piensa que hay que ir más allá de los argumentos que usa Penrose para poner límites a la inteligencia artificial basados en las implicaciones del Teorema de incompletitud de Gödel entre otros. Este es realmente un problema con unas implicaciones fascinantes para la humanidad; el desarrollo de modelos matemáticos de la inteligencia será sin duda uno de los temas más apasionantes del nuevo siglo.

Chern y Yang y Mills, el encuentro de la geometría con la física

La brecha entre las Matemáticas y la Física, así como su inevitable interacción, queda ilustrada magníficamente con la siguiente anécdota que cuenta el mismo C. Yang. La teoría de conexiones en fibrados principales, base de la teoría de Yang-Mills, comienza con el matemático francés Elie Cartan y es elaborada con toda su amplitud por otro matemático francés, C. Ehresmann en 1950. Yang y Mills desarrollaron su teoría en 1954. Yang conoció la teoría de fibrados solo 20 años más tarde. En 1979, en una conferencia en honor de uno de los grandes geómetras de este siglo, S. Chern, decía:

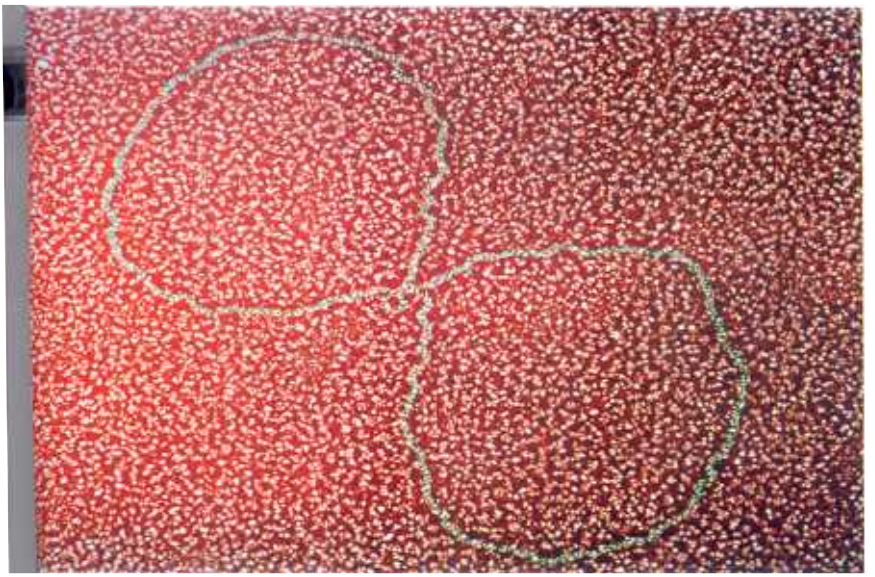
En 1968, me di cuenta que los campos *gauge*, abelianos o no abelianos, pueden ser formulados en términos de factores de fase no integrables, es decir, elementos de un grupo dependientes del camino. Le pregunté a mi colega Jim Simons sobre el significado matemático de estos factores de fase no integrables, y me dijo que estaban relacionados con conexiones en fibrados principales. Pero no aprecié entonces que los fibrados principales fuese un concepto matemático profundo. En 1975 invité a Jim Simons a dar una serie de conferencias sobre formas diferenciales y fibrados para los físicos teóricos de Stony Brook. Le agradezco que aceptase la invitación y yo estuve entre los beneficiados. Gracias a estas conferencias, T.T. Wu y yo mismo finalmente entendimos el concepto de fibrado no trivial y el teorema de Chern-Weil, y nos dimos cuenta de lo hermoso y general que era el teorema. Nos emocionamos al apreciar que un fibrado no trivial era exactamente el concepto que necesitábamos para eliminar, en la teoría de monopolos, la dificultad clave que nos había incordiado casi cuarenta años... Cuando me encontré a Chern, le dije que finalmente había entendido la belleza de la teoría de fibrados y el elegante teorema de Chern-Weil. Yo estaba impresionado porque los campos gauge, en particular conexiones en fibrados principales, hubiesen sido estudiados por los matemáticos sin ninguna relación con la realidad física. Añadía que es misterioso e incomprensible como ustedes los matemáticos podían pensar en estas cosas de la nada. A esto, Chern objetó inmediatamente: «No, no, este concepto no es inventado- es natural y real.»

que ya Hilbert había seleccionado para su lista y que fue propuesto por el matemático alemán Bernhard Riemann a mediados del siglo XIX. La función Zeta de Riemann, que fue introducida por Euler, codifica en sí la estructura de los números primos:
Se trata de una función de variable compleja, que a partir de una ecuación funcional puede extenderse a una función meromorfa en todo el plano. La pregunta es si, aparte de unos ceros, que se denominan triviales, en los enteros negativos pares, la función Zeta de Riemann se anula sólo en puntos con parte real . Los números primos son infinitos, como ya demostró Euclides en la Grecia clásica, pero ¿qué proporción ocupan entre los números enteros? El teorema de los números primos de Hadamard y de la Vallée–Poussin nos dice que desde el número 1 hasta el número x ocupan una proporción aproximada de $1/\log(x)$. La hipótesis de Riemann daría exactamente el término de error de esta aproximación.

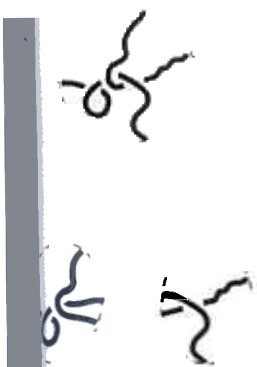
En matemáticas no sólo interesa saber si existe o no una solución a un problema

La Conjetura de Poincaré o el problema que pregunta sobre si P y NP son iguales son también muy populares. El primero tiene ya unos cien años y con frecuencia se han anunciado demostraciones espurias, que no han sido fácilmente detectables, dada la sutileza de su enunciado. Una parte de la descripción del problema que hace John Milnor, catedrático de la Universidad del Estado de Nueva York en Stony Brook, para la propia Fundación, está dedicada a analizar distintos intentos fallidos. Milnor los resalta, no sólo para incidir en la dificultad del problema y su naturaleza resbaladiza, sino porque de esos primeros errores se ha aprendido mucho y han dado lugar a posteriores desarrollos interesantes. Hay un sencillo criterio para decidir si una superficie 2-dimensional es topológicamente una esfera, es decir, si es topológicamente la superficie de una bola de 3-dimensiones. El calificativo «topológicamente» quiere decir que puede deformarse sin roturas ni pinchazos a esa esfera. Ese criterio es el siguiente: si sobre una superficie ponemos una cuerda con sus extremos anudados y si la podemos ir recogiendo sobre sí misma sin salirnos de la superficie (y sin romperla) hasta comprimirla en un sólo punto, y esto para cualquier posición de la cuerda sobre la superficie, entonces la superficie es topológicamente una esfera. Es claro que este criterio no se cumple en una superficie como la de un neumático (lo que los topólogos llaman un toro). La pregunta es si ese mismo criterio es válido en dimensión tres. Para dimensiones superiores a cuatro, Smale demostró en los años sesenta que la conjetura de Poincaré era cierta, y Freedman lo comprobó en dimensión cuatro, en los años ochenta. Ambos recibieron la Medalla Fields por estos logros. Resta tan sólo la tercera dimensión.

El problema de P contra NP es muy reciente, en comparación con los otros, y fue propuesto por S. Cook en 1971. Hay consenso en considerarlo como el problema central de la Teoría de la Complejidad y de la Computación Teórica, y también como un problema central de toda la matemática. Hace ya tiempo que en Matemáticas no sólo interesa saber si existe o no una solución a un problema, y no basta tampoco tener un algoritmo para localizar esta solución. Interesa saber si el algoritmo es capaz de encontrar la solución en un tiempo razonable, polinómico, en el tamaño del problema. Un problema P es aquel para el que existe un algoritmo que lo resuelve en tiempo polinómico. Un problema es NP, simplificando un poco, si podemos decidir si una supuesta solución lo es de verdad en tiempo polinómico, nada se dice de hallarla. La pregunta es si todo problema NP es P. Por ejemplo, resolver un rompecabezas puede ser muy difícil, pero comprobar si una supuesta solución es correcta es fácil.



Los nudos que forma el ADN se descomponen en suma de **nudos más sencillos.** Para saber más del tema: Kawauchi, A., *A survey of Knot theory*, Birkhäuser Verlang, Basel 1996



Todo, a primera vista, como en el ejemplo del rompecabezas, parece indicar que hay problemas NP que no son P. Pero, nada más lejos de la realidad: aún no se ha podido decidir. El obstáculo fundamental que se presenta es que resulta muy difícil decidir si un problema se puede o no resolver en tiempo polinómico, puesto que en principio habría que poner a prueba todos los posibles algoritmos.

El problema P y NP establece un puente entre disciplinas, es Matemáticas pero también es Computación Teórica. Otros dos problemas de la lista de Clay con ese interés multidisciplinar son los que piden entender las ecuaciones de Navier-Stokes y las ecuaciones de Yang- Mills.

Fenómenos como las turbulencias atmosféricas que sufrimos cuando volamos en un avión de reacción y muchos otros son descritos matemáticamente mediante las ecuaciones de Navier y Stokes. Las ecuaciones de Navier-Stokes describen el movimiento de un fluido viscoso incompresible en 3 dimensiones. A pesar de que los matemáticos usan métodos cuantitativos para encontrar soluciones aproximadas, no se conoce si existen soluciones. El enunciado del problema del Instituto Clay pide demostrar que existen soluciones suaves y físicamente razonables (energía acotada), si se parte de una situación suave. Otro problema a estudiar es la unicidad de las soluciones, si existen.

Resolver un rompecabezas puede ser muy difícil, pero probar si una supuesta solución es correcta es fácil

El paradigma actual en la comprehensión del mundo subatómico es el llamado *modelo estándar* que unifica en una única teoría física todas las fuerzas excepto la gravitación: electromagnética, débil y fuerte. Tal teoría, desarrollada en los últimos 30 años por el esfuerzo combinado de los físicos más brillantes del mundo, está basada en el modelo *invariante gauge de interacción*, que en el caso del grupo de estructura interno SU(2) se llama la teoría de Yang-Mills. Esta teoría física es construida sobre los datos geométricos proporcionados por un fibrado principal con grupo SU(2) y con base una variedad (pseudo) riemanniana. El funcional de Yang-Mills es simplemente la norma de la curvatura de una conexión en este fibrado. Se obtiene una gran cantidad de información topológica estudiando los puntos críticos de este funcional. Lo que no se conoce es cómo pasar de la teoría clásica a la cuántica, es decir, como cuantizar la teoría clásica de Yang-Mills. Los físicos han calculado con ímprobos esfuerzos algunas predicciones de la teoría cuántica usando formalmente integrales funcionales u otras aproximaciones tales como teorías gauge reticulares, pero falta todavía una cuantización precisa del modelo clásico. Tal cuantización sería de enorme interés, no sólo porque finalmente resolvería alguna de las más profundas cuestiones en la teoría actual de partículas elementales (por ejemplo, sus espectros de masas) sino porque desvelaría estructuras matemáticas que están detrás de los resultados más recientes en topología y geometría y que están firmemente enraizadas en la intuición proporcionada por esas teorías físicas.

La conjetura de Birch y Swinnerton-Dyer, de confirmarse, daría un procedimiento para averiguar si ciertas ecuaciones diofánticas tiene un número finito o infinito de soluciones. La ecuación de Fermat es una de estas ecuaciones diofánticas, pues sólo nos interesan sus soluciones enteras, pero, claro, de ésta ya sabemos que para $n > 2$ no tiene ninguna solución. Finalmente, la **conjetura de Hodge** es, quizás, más técnica, y tiene que ver con lo que los matemáticos llaman homología y cohomología. Un problema importante es como clasificar espacios, como distinguirlos unos de otros. Por ejemplo, en el caso citado de la esfera y el neumático (toro) se trata de espacios distintos y la forma de averiguarlo es construyendo invariantes topológicos que los diferencian. Para construirlos, una técnica consiste en aproximar el objeto dado pegando trozos geométricos más simples, de dimensiones crecientes. Pensemos por ejemplo en una triangulación de una superficie: podemos contar las caras, los vértices y las aristas. El número Caras+Vértices-Aristas (*característica de Euler*) es el invariante buscado en este caso, y diferencia toros de esferas. Las sucesivas generalizaciones de estos conceptos han ocasionado la pérdida de la primitiva interpretación geométrica. La conjetura de Hodge afirma que en variedades algebraicas proyectivas, los ciclos de Hodge son combinaciones lineales racionales de ciclos algebraicos, que sí que tienen un significado geométrico (en relación con subvariedades analíticas).

J.L.F. y M.de L.■

Para leer:

- V. Arnold, M. Atiyah, P. Lax y B. Mazur, editores. *Mathematics: Frontiers and perspectives*. Publicado por la International Mathematical Union y la American Mathematical Society, 2000.
- I. Stewart, *The problems of Mathematics*, Oxford University Press, 1987
- B. Engquist, W. Schmid, *Mathematics Unlimited, 2001 and beyond*, Springer Verlag, 2000

La matemáticas en España

En este artículo se traza un panorama de la situación actual de la investigación matemática española, que ha experimentado un crecimiento extraordinario en los últimos años, y de la enseñanza universitaria de las Matemáticas que, por el contrario, atraviesa una situación delicada.

José Luis Fernández,
Universidad Autónoma de Madrid
Manuel de León,
Consejo Superior de Investigaciones Científicas

La Unión Matemática Internacional (IMU[1], en sus siglas inglesas) proclamó en 1992 al año 2000 como Año Mundial de las Matemáticas (Declaración de Río de Janeiro[2]). La IMU fijaba tres objetivos: 1) Proclamar los grandes desafíos de la investigación matemática del siglo XXI. 2) Destacar a las Matemáticas como clave para el desarrollo de los países del Tercer Mundo. 3) Mejorar la imagen de las Matemáticas con divulgación de calidad y a la vez asequible a un público amplio. La UNESCO, en su Asamblea General de noviembre de 1997, apoyó la Declaración de la IMU haciendo un especial énfasis en los valores universales y educativos de las Matemáticas.

Con el fin de celebrar adecuadamente el Año Mundial de las Matemáticas, en España se constituyó en 1998 un Comité en el que se integraban todas las sociedades matemáticas españolas, además de instituciones tales como el Consejo Superior de Investigaciones Científicas, la Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales y el propio Ministerio de Educación y Cultura.[3]

El primer objetivo de la declaración de la IMU es emular a David Hilbert y a su famosa lista de 23 problemas enunciados por él

El AMM ha acabado por ser, fundamentalmente, un decidido y entusiasta esfuerzo por sensibilizar a la opinión pública de la relevancia y de la importancia de las Matemáticas. Pero, paralelamente, ha supuesto una oportunidad, que está siendo aprovechada, para analizar la situación de las Matemáticas en España en todos sus vertientes, para reflexionar en conjunto sobre sus carencias y deficiencias, sobre sus éxitos y sobre los avances de la profesión matemática, y para crear cauces que permitan la colaboración entre todos los matemáticos. Fruto de esta reflexión compartida es una visión, un panorama, de esa realidad poliédrica: de la investigación, de la enseñanza de las Matemáticas en Secundaria y en la Universidad, de la formación del profesorado, de la profesión en sí, de la interacción con las demás Ciencias, las tecnologías, la industria, la empresa, el mundo de la Economía, etc. En este artículo, pretendemos recoger parte de esa visión común centrándonos en la investigación y la enseñanza superior.

La investigación matemática en España ha avanzado extraordinariamente en los últimos 20 años, un cambio espectacular que ha corrido paralelo al desarrollo general del país. España ha pasado de tener pocos matemáticos activos en investigación, a tener una amplia base de investigadores matemáticos, razonablemente financiados, con especialistas en casi todas las áreas de las Matemáticas, incluyendo las más punteras. En suma, una estructura homologable, que no equiparable, a la de los países más avanzados.

David Hiebert acometió una remodelación simultánea de los fundamentos de la aritmética y de la lógica que dio lugar a una nueva disciplina.

Como puede verse en los cuadros estadísticos adjuntos elaborados por el ISI[4], la evolución de la producción matemática española es asombrosa. Los artículos de investigación matemática en los que participa algún matemático español han pasado de representar el 0,3% del total publicado en el mundo en 1980 a los: 3,46%, 3,66% y 3,88%, correspondientes a los tres últimos quinquenios, 1993-1997, 1994-1998 y 1995-1999. Las Matemáticas son en estos momentos la

(1) IMU: International Mathematical Union, (Mirror en Madrid) Mirror en Barcelona: http://www.mat.ub.es/EMIS/mirror/IMU/

(2) Declaración de Rio de Janeiro: http://wmy2000.math.jussieu.fr/

(3) Comité Español del Año Mundial de las Matemáticas, CEAMM2000. http://dulcinea.uc3m.es/ceamm

(4) ISI: Institute for Scientific Information. Realiza estudios bibliométricos de la producción científica mundial en todos los campos. Confecciona una lista de revistas con mayor impacto, el SCI: Science Citation Index. Constituye la referencia más objetiva y más usada en ciencia y tecnología en todo el mundo. Página web: http://www.isinet.com/

Sociedades matemáticas en España

En 1903 comienza a plantearse la conveniencia de crear una sociedad matemática al estilo de la Societé Mathématique de France. En 1911, se plasma este deseo y se crea la Sociedad Matemática Española, cuyo primer presidente es José de Echegaray. La sociedad se convierte en Real Sociedad Matemática Española en 1929 pasando desde entonces el Príncipe de Asturias a ser su Presidente de Honor. Tras la Guerra Civil, la RSME comienza de nuevo sus actividades. Desgraciadamente, no se produce la necesaria renovación en los 70 y 80 acorde con los nuevos rumbos de la matemática española. La RSME languidece y está a punto de perecer. Mientras tanto, aparecen nuevas sociedades: la Sociedad Española de Matemática Aplicada, la Sociedad Española de Investigación en Enseñanza Matemática y la Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas (esta última aglutinando un fenómeno asociacionista de los profesores de enseñanza secundaria). Las nuevas sociedades acompañan a otras con más tradición: la Societat Catalana de Matematiques y la Sociedad de Estadística e Investigación Operativa. En diciembre de 1996 se refunda la RSME. Esta refundación, ampliamente apoyada por los matemáticos españoles, ha llevado a una vertebración social de las matemáticas. La RSME tenía la llave para la representación internacional así como para muchas de las iniciativas nacionales. Era la rueda que faltaba en el engranaje. Ahora está funcionando y la maquinaria al completo se ha acelerado. Hay muy buenos augurios para el futuro.

cuarta ciencia[5] en España, inmediatamente detrás de la Astrofísica, las Ciencias Agrarias y la Microbiología, pero por delante de campos científicos como la Química, la Física, la Bioquímica, la Biología Molecular, la Ciencia de Materiales, la Ingeniería, etc. Y además colocan a España en una muy digna posición, Japón tiene un 4,95% e Italia un 4,63%[6].

Es verdad que el factor de impacto continúa siendo ligeramente negativo, un 15% por debajo de la media mundial. Esto significa que si el artículo matemático aparece citado una media de 10 veces, pongamos por caso, el artículo con autor español tiene un media de 8,5 citas. Este factor de impacto se usa habitualmente como criterio de calidad, pero mide lo que mide: citas, y el número de éstas, como es claro, puede deberse a causas bien diversas. Pero, incluso con estas prevenciones, es patente que es preferible tener un +10% que un -15% y que, en términos globales, el factor de impacto es un indicador de calidad. Conviene, no obstante, comparar el de España con los de países como Francia (-4%), Italia (-4%) o Japón (-20%), para relativizar el valor del dato español. El factor de los Estados Unidos, la gran potencia actual en Matemáticas, es (+30%). Mientras que, por el contrario, debemos tener en cuenta la producción de países más pequeños que el nuestro, como Dinamarca, Holanda, Bélgica, Suecia, con un volumen de investigación matemática reducido, pero de una enorme calidad y con un altísimo factor de impacto.

Hay que sentirse muy satisfechos con lo que estos datos significan, pues suponen un éxito considerable de los matemáticos españoles. Pero, las matemáticas están cambiando, en enfoque, en orientación y en objetivos, al tiempo que un número cada vez más reducido de licenciados se sienten atraídos por una carrera de investigación matemática. Estos cambios suponen retos importantes, no sólo para las Matemáticas sino para la investigación científica en general, como apuntaremos más adelante. Para darles respuesta adecuada conviene saber exactamente con qué potencial investigador se cuenta, para luego poder encauzar esos recursos.

Un grupo de trabajo, financiado por la Secretaría de Estado de Educación, Universidades, Investigación y Desarrollo mediante una Acción especial solicitada por el Comité Español del Año Mundial de las Matemáticas CEAMM2000, está llevando a cabo un estudio detallado del estado de la investigación matemática en España. El objetivo de este trabajo es la elaboración de un libro blanco en el que se recojan, no sólo datos globales, como los que hemos manejado más arriba, sino además, y fundamentalmente, un análisis pormenorizado de la activi-

ESTADOS UNIDOS

Estados Unidos	37,56	+29
Francia	11,95	-4
Alemania	9,65	+1
Reino Unido	7,00	+46
Canadá	5,63	+11
Japón	4,95	-20
Italia	4,63	-4
España	3,66	-14
Israel	3,13	Par
Australia	2,73	+11
Suiza	1,27	+40
Holanda	1,84	+7
Bélgica	1,19	+56
Austria	0,85	+8
Suecia	1,13	+3
Dinamarca	0,79	+48

Producción y factor de impacto de los 16 primeros países en el quinquenio 1994-99 (no se dispone de datos de Rusia). Fuente: ISI.

PRODUCCIÓN MATEMÁTICA ESPAÑOLA

1993-97		1994-98		1995-99	
Producción	Impacto	Producción	Impacto	Producción	Impacto
3,46	-17	3,66	-14	3,88	-15

Producción matemática española en revistas del *Science Citation Index*. Fuente: ISI

(5) Con este criterio de ordenar según el porcentaje que la producción española de esa ciencia representa en el mundo.

(6) Datos éstos referidos al quinquenio 1994-1998.

CIENCIA EN ESPAÑA.
TABLAS DEL INSTITUTE FOR SCIENTIFIC INFORMATION (ISI)

ÁREA	1993-97 (77.154 artículos)		1994-98 (83.757 artículos)		1995-99 (90.384 artículos)	
Producción	PORCENTAJE	IMPACTO RELATIVO	PORCENTAJE	IMPACTO RELATIVO	PORCENTAJE	IMPACTO RELATIVO
Astrofísica	4,13	-21	4,49	-12	4,95	Par
Ciencias Agrícolas	3,72	-3	4,07	+3	4,41	+8
Química	3,47	-5	3,71	-1	3,82	-1
Matemáticas	3,46	-17	3,66	-14	3,88	-15
Microbiología	3,41	-30	3,74	-30	4,00	-31
Zoología/Botánica	3,11	-19	3,32	-19	3,50	-16
Farmacia	2,84	-34	2,83	-35	2,88	-30
Ecología/Medio ambiente	2,76	-19	2,90	-26	3,01	-19
Biología/Bioquímica	2,53	-42	2,62	-40	2,70	-40
Física	2,46	+2	2,55	+4	2,71	+5
Inmunología	2,26	-44	4,45	-43	2,51	-40
Biología Molecular	2,24	-46	2,26	-44	2,38	-43
Neurología	2,16	-25	2,22	-27	2,33	-27
Ingeniería	2,16	+40	1,42	8	1,57	+6
Medicina Clínica	2,09	-33	2,23	-30	2,34	-28
Ciencias de los Materiales	1,93	+9	2,16	+8	2,36	+5
Geología	1,74	-40	1,96	-33	2,15	-31
Computación	1,32	-10	1,36	0	1,51	-14
Psicología/Psiquiatría	1,18	-59	1,19	-55	1,27	-47
Economía	1,14	-34	1,32	-26	1,52	-29
Ciencias Sociales	0,46	-6	0,50	-8	0,57	+4
Todas las áreas	2,37		2,50		2,63	

dad investigadora matemática del país: grupos y líneas de trabajo, equipos, capacidad y actividad de estos, etc. En suma, un libro blanco que pueda ser usado para la reflexión informada de los propios matemáticos y para la Administración, como instrumento de política científica.

¿Cómo se ha fraguado este desarrollo tan asombroso?
España es una país sin tradición matemática. No hay nombres españoles entre las cimas de la historia de la matemática, como amargamente hacía notar Echegaray en su discurso de ingreso en la Real Academia de Ciencias. El incipiente desarrollo que a comienzos de siglo supuso la creación de la Real Sociedad Matemática Española, el Laboratorio y Seminario Matemático que patrocinaba la Junta para Ampliación de Estudios e Investigaciones Científicas, el entusiasmo de Rey Pastor y otros, se truncó con la Guerra Civil. Algunos de los más destacados matemáticos se exiliaron, y la investigación matemática española, contaminada por las secuelas de la guerra, languideció durante años.
Años más tarde, y poco a poco, algunos pioneros iniciaron una labor de renovación: se explican los textos modernos, se comienza a invitar a España a matemáticos de relieve, que en sus conferencias plantean líneas activas de investigación, y se inician contactos con centros de investigación extranjeros, fundamentalmente de los Estados Unidos y de Francia, que acogen a doctorandos españoles, que tras su formación regresan con sus propios planes de trabajo e informados de los últimos avances y tendencias. Un proceso que con escasos fondos, mucho entusiasmo y ninguna coordinación, empieza a dar fruto en los años 80, cuando una financiación, sostenida y de amplia base, permite intensificar contactos y colaboraciones, incentivar la investigación, mejorar infraestructuras, y, como consecuencia, elevar los niveles de producción.
Este rápido desarrollo que hemos descrito ha tenido lugar sin una planificación de objetivos y sin referencia a una tradición afianzada. Y esto, por una parte, quizás haya propiciado su éxito, dadas las condiciones de partida, pero, por otra, ha motivado que la investigación matemática española esté muy dispersa, con especialistas en casi todas las áreas, pero con pocos equipos consolidados con líneas de investigación de alta calidad.

La investigación en Matemáticas atraviesa una etapa de transición. En palabras de Sir Michael Atiyah, Medalla Fields de 1966, en una entrevista concedida al diario *El País*, con motivo de su visita a la organización del Tercer Congreso Europeo de Matemáticas,[7] Julio 2000, Barcelona:

De izquierda a derecha Julio Rey Pastor, Jules Henri Poincaré, Sir Michael Atiyah (Medalla Fields de 1966), Christian Felix Klein.

«Nos encontramos ante un hecho especialmente diferencial: se trata de una nueva orientación de los trabajos. Hasta mediados de los años cincuenta el interés se centraba en el desarrollo de técnicas y de especialidades. Hoy, en cambio, se busca la relación entre los distintos campos de especialización y se tiende a la unificación.

Las matemáticas están detrás de cualquier desarrollo científico. Continúa existiendo un grupo de matemáticos que responden a esa imagen del matemático encerrado en su despacho con un papel y un lápiz. Pero hay otro tipo de matemáticos cuyo trabajo consiste en hablar con los científicos de varias áreas para pensar nuevas ideas y problemas que luego tratará de resolver. Los ordenadores permiten resolver problemas cada vez más complejos. Pero las matemáticas continúan siendo indispensables para entender los problemas, formularlos, y finalmente para interpretar las respuestas que dan los ordenadores. Hay una gran interacción entre las Matemáticas y la Computación y, por supuesto, con otras ciencias.

Las matemáticas están detrás de cualquier desarrollo científico

En cuanto a la Física: entre la Física y las Matemáticas hay una interacción creciente y no es difícil predecir que va a ser aún mayor en los próximos años.

En cuanto a la Biología: para tratar cantidades masivas de datos se precisan teorías que, más que ecuaciones, aporten organización, algo que la Biología no puede hacer por su poca capacidad cuantitativa. El proyecto genoma humano va a generar una enorme cantidad de hechos y de datos. Hay que manejar esa información y tratar de organizarla. Para ello se necesitan matemáticas, métodos estadísticos y la propia biología. También se precisarán para entender la estructura de las proteínas y, en particular, cómo se pliegan sobre sí mismas.

En cuanto a las Finanzas: el mundo funciona por razones económicas. Entender el sistema monetario de forma eficiente es muy importante. Las matemáticas juegan en este caso un papel fundamental que se ampliará en los próximos 10 o 20 años.»

Atiyah nos presenta un futuro de las Matemáticas interactuando con otras ciencias: la Física, la Biología, la Economía y las Finanzas, y la Computación. De hecho, es una realidad que está ya sobre nosotros. Los informes de la NSF[8] sobre el papel que las Matemáticas desempeñan en el desarrollo científico abundan en estos aspectos. Pero además señalan la importancia que tienen en la Administración, en los procesos de decisión, en la gestión. En frase del director de la división de Matemáticas de la NSF, Philippe Tondeur, *las Matemáticas son la lingua franca de la ciencia interdisciplinar.*.

Cuando la periodista científica K. C. Cole, que colabora habitualmente con *Los Angeles Times*, pergeñaba su libro *Las Matemáticas y la taza de té*[9] no sabía que estaba escribiendo un libro sobre Matemáticas. Simplemente, su experiencia acumulada al tratar de temas científicos le había hecho percibir que había un nexo común a numerosos saberes, técnicas, formas de organizar información, y que este era el tema de su libro, pero sólo cuando habló de su proyecto con Catheleen Morawetz, comprendió que ese nexo común no eran otra cosa que las Matemáticas.

Rita Colwell, la directora de la NSF, explica este papel de las Matemáticas en los siguientes términos:

De forma creciente, vemos como las Matemáticas se están transformando en una suerte de catalizador de avances que tienen lugar a través del amplio espectro de las disciplinas del conocimiento. Me gusta como describe ese papel K.C. Cole: *las herramientas de las Matemáticas nos permiten ver pautas y conexiones que de otro modo permanecerían ocultas. Nos revelan tendencias escondidas (como en el desarrollo del virus del SIDA), nuevos tipos de materia (quarks, materia oscura, anti-materia), y correlaciones cruciales (entre fumar y cancer de pulmón).*

(7) Barcelona, 10-14 de julio de 2000. http://www.iec.es/3ecm

(8) Panel of the Senior Assesment Panel for the International assessment of the U.S. Mathematical Sciences, March 1998, National Science Foundation.

(9) The University and the Teacup: The Mathematics of Truth and Beauty. Harcourt Brace, 1998.

[...] En un extremo de orden de magnitud, vemos a los cosmólogos refiriéndonos una crónica matemática de los mismísimos comienzos del universo. En el otro extremo, los físicos de partículas también describen el mundo cuántico en lenguaje matemático. Y en medio, la genética y los especialistas en proteínas han transformado la biología en una ciencia de información, de nuevo, en lenguaje matemático. La tendencia dominante en ciencia y en ingeniería hoy en día es una creciente difuminación de la fronteras entre disciplinas. Vemos a las Matemáticas en la visualización de datos, en la simulación, en la biotecnología, [...], en la biocomplejidad, en la tecnología de la información o en la nanotecnología.
Un reciente editorial, mayo de 2000, en la revista *Science* aboga por una creciente formación matemá-

Escuela de matemáticas, Instituto de Estudios Avanzados, Princeton.

¿Cómo se organizan internacionalmente las Matemáticas?

En 1897 se celebró en Zurich el primer Congreso Internacional de Matemáticos. El segundo de la serie fue el famoso congreso de París, en el cuál David Hilbert formuló sus 23 problemas. A continuación se celebraron el de Heidelberg en 1904 y el de Roma en 1908. Este último tuvo tanta trascendencia como el de París, aunque por motivos muy diferentes.
Por sugerencia del matemático norteamericano David Eugene Smith, un conocido historiador de las matemáticas, se creó la Comisión Internacional de Educación Matemática, ICMI (International Comission on Mathematical Instruction), cuyo primer presidente fue otro gran matemático alemán, Felix Klein. El órgano oficial de ICMI fue, y continua siendo, L´Enseignement mathématique, fundada en 1899.
Después de la primera guerra mundial, se creó en 1920 lo que ahora es la institución más importante en la matemática mundial, la Unión Matemática Internacional (IMU, International Mathematical Union). IMU funciona hasta 1932, con enormes problemas a causa de las heridas abiertas por la Gran Guerra entre Alemania y Francia, hasta el extremo de prohibir la asistencia a los congresos internacionales a Alemania, Austria, Hungría y Bulgaria. En 1932 IMU es oficialmente cerrada. Finalmente, y con el impulso de Marshall Stone y sus colegas norteamericanos, IMU es reconstituida en 1951. Es en 1952, cuando ICMI pasa a convertirse en una Comisión de IMU.
IMU es una organización científica no gubernamental, y su principal propósito es promover la cooperación internacional en Matemáticas.
Una de las principales actividades de IMU es promover la organización del Congreso Internacional de Matemáticos, cada cuatro años, y en el que se conceden las Medallas Fields.
Aparte de ICMI, IMU tiene dos comisiones más. Una es la Comisión de Desarrollo e Intercambio (CDE, Commission on Development and Exchange), cuya misión es promover las matemáticas en los países del Tercer Mundo. La tercera comisión de IMU es la Comisión Internacional para la Historia de las Matemáticas.
En IMU hay ahora 65 países clasificados en 5 grupos del I al V de menor a mayor importancia. El ordinal del grupo indica el número de delegados y votos del país en las Asambleas Generales.
Desde el primer momento ha habido representación española en IMU. Primero, en ICMI, siendo la Sociedad Matemática Española la encargada de nombrar los delegados españoles que representan a España en la Asamblea General. Un español, Miguel de Guzmán ha sido hasta el año pasado Presidente de la Comisión ICMI.
Posteriormente, cuando en 1949 se proyecta la reconstrucción de IMU, la representación de las sociedades matemáticas americanas invita a la RSME a adherirse, con lo que la RSME, y por lo tanto España, es miembro refundador de IMU. Actualmente España está en el grupo III. El Comité español ante IMU está preparando un informe para solicitar al Comité Ejecutivo de IMU que proponga a los países miembros el pase de España del grupo III al IV.
Cuando se refunda en 1997 la RSME, una de las primeras tareas fue la reconstrucción del Comité IMU-España y de sus diferentes Comisiones. El Comité está ahora formado por cuatro sociedades: RSME, SEMA, SEIO y SCM. La Comisión ICMI está también funcionando con representantes de estas cuatro sociedades citadas además de SEIEM, FESPM y el MEC. Las otras dos Comisiones están a punto de constituirse, con lo que tendríamos por primera vez un Comité IMU completo y dotado de mecanismos que impidan ausencias de nuestro país en el concierto internacional.

Muestra de esta recuperación ha sido la reciente reunión en Madrid, del 15 al 19 de mayo, por primera vez en España, del Comité Ejecutivo de IMU, y del Presidente y Secretario de la Comisión ICMI. El CE de IMU nos obsequió además con una Sesión Científica los días 17 y 18 de mayo en la sede central del CSIC.

tica de los biólogos: «El gran incremento en puestos en Biología computacional y en Bioinformática indica claramente que se está produciendo un desplazamiento en la atención que se presta a los puntos de vista cuantitativos en las modernas ciencias de la vida. El crecimiento generalizado en todos los ámbitos de la Biología de la aplicación de enfoques matemáticos y computacionales suministra evidencia explícita que los educadores en todo el mundo deben tener en cuenta si quieren entrenar a sus estudiantes para prepararlos adecuadamente para las exigencias de la investigación moderna.»

Las teorías fundamentales de la Física significan un reto intelectual para los matemáticos

Phillip Griffiths, director del Institute for Advanced Study[10], plantea esta interacción como una simbiosis: Las Matemáticas no sólo han sido capaces de romper sus barreras internas, sino que ahora interactúan con otras ciencias y con las empresas, las finanzas, las cuestiones de seguridad, la gestión, la toma de decisiones y la modelización de sistemas complejos. Algunas de estas disciplinas, por su parte, están retando a los matemáticos con nuevas clases de problemas interesantes que, a su vez, están dando lugar a nuevas aplicaciones.

Medallas Fields

En el Congreso Internacional de Matemáticas de Toronto en 1924 se tomó la resolución de premiar en cada ICM con dos medallas de oro las dos mejores contribuciones matemáticas. El Profesor J. C. Fields, matemático canadiense y Secretario del congreso de 1924 donó los fondos necesarios, de modo que las medallas recibieron su nombre. Fields deseaba que los premios reconocieran no sólo el trabajo hecho sino la promesa de futuros desarrollos, así que se restringió el premio para matemáticos de menos de 40 años. En 1966, se amplió el número a 4 medallas.

El anverso muestra a Arquímedes, y el reverso la esfera inscrita en un cilindro. En el anverso puede leerse la leyenda: «Superar los límites de su propio pensamiento y conquistar el mundo». En el reverso, la leyenda dice: «Los matemáticos, congregados de todo el mundo, le rindieron este homenaje por sus escritos insignes».

Este proceso de ida y vuelta es cada vez más rápido. Los matemáticos saben que los objetos de su estudio y el lenguaje que desarrollan para tratarlos son útiles, o lo serán, pero normalmente adoptan una actitud distante ante su aplicación. Podemos parafrasear a Oppenheimer para describir la actitud usual de los Matemáticas

«Las Matemáticas se asemejan bastante al sexo. Sirven a un propósito práctico, pero esa no es normalmente la razón de que la gente lo practique.»[11]

Pero los tiempos, ahora, de ida y vuelta se han acortado enormemente y ese papel estelar al que las matemáticas están siendo llamadas exigen que se acerquen a sus múltiples aplicaciones. Esto supone un valor añadido a estas aplicaciones que les evitará recorrer caminos que las matemáticas ya han recorrido, o pueden recorrer, si se les pide, más rápidamente. La asombrosa capacidad del lenguaje matemático está (o debería estar) fuera de toda duda. Pero las Matemáticas se beneficiarán enormemente al adoptar esta actitud, que no es servidumbre, sino simbiosis, que le ha de reportar nuevos problemas, nuevas vistas, nuevos retos. Las Matemáticas seguirán generando, como no, sus propios problemas, problemas de una profundidad, precisión, y dificultad exigentes.

Las estructuras de investigación matemática en España no están bien adaptadas a este nuevo panorama. Es muy poca la participación de los matemáticos españoles en proyectos de investigación científica de otras ciencias. E igual de escasa es la colaboración en proyectos de I+D de gestión y decisión, de la Administración, empresariales, de finanzas, de ingeniería o de tecnología. Y, sin embargo, las apremiantes tendencias actuales exigen una adaptación inmediata. Pero, además, irónicamente, la carrera de investigación matemática que debería ser de las más atractivas del momento es, hoy por hoy, poco apreciada. ¿Cómo afrontar este reto tan crucial? Desde luego se requiere, en primer lugar, que los matemáticos y los científicos, tomen conciencia de la situación actual y apuesten por resolverla. Pero, es un problema de política científica en cuya solución la Administración debe desempeñar un papel director.

La financiación pública de la investigación en España descansa sobre el Plan Nacional de Investigación.[12] En este Plan hay líneas prioritarias que se recogen en los llamados planes orientados, de los cuales ninguno está dedicado específicamente a las Matemáticas. Esas líneas prioritarias coinciden en gran medida con las áreas que más arriba han ido señalando distintos responsables de política científica y líderes científicos. En el Plan Nacional, al describir esa líneas no se nombra en ninguna de ellas a las Matemáticas, están, eso sí, subyacentes, ocultas. Los matemáticos concurren para financiar su investigación, mayoritariamente, al Plan Sectorial de Promoción General del Conocimiento, en la que se financia de manera general la investigación básica. Frente a las Matemáticas disueltas en el Plan Nacional, sería deseable una síntesis en un Plan Nacional de las Matemáticas.

No es un juego de palabras. La existencia de un Plan Nacional de Matemáticas significa una investigación matemática orientada, que identifique las líneas de mayor interés en investigación básica, con énfasis en la interacción con otras ciencias, y que fomente las conexiones multidisciplinares, que requieren unas grandes dosis de investigación básica. Orientada no significa, y es importante resaltarlo, sólo lo que se suele entender como Matemática Aplicada. Por ejemplo, la Teoría de Números es investigación básica, pero sus aplicaciones a la criptografía y a la codificación son cruciales para la tecnología de las comunicacio-

(10) Artículo aparecido en *Th American Mathematical Monthly* reproducido em español en *Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*, Vol. 3, Núm. 1 (2000).

(11) Substitúyase Matemática por Conocimiento pa obtener la frase Oppenheimer.

(12) Plan Nacion 2000-200 htt idi2000

nes; la investigación en Geometría Diferencial es básica, y a veces se suele asociar sólo con la Física, pero ¿y sus aplicaciones a la Teoría de Control y al movimiento de microorganismos? La orientación es multidisciplinar, pero también fundamental. Todo esto sin descuidar los flujos secundarios del «mainstream», cualquier día nos pueden hacer falta.[15]

La creatividad matemática, y la científica, en general, requieren libertad

No podemos contar nuestros efectivos universitarios sólo en términos de horas de docencia porque la Universidad tiene también a la investigación como una de sus tareas primordiales.

Un reciente informe de la División de Matemáticas de la NSF manifiesta[14]:

«La investigación en Matemáticas se ha financiado [en Estados Unidos, y también en España] a través de proyectos individuales. Las interacciones entre grupos son también cruciales para promocionar el progreso de las Matemáticas y de sus aplicaciones y especialmente importantes para lograr el avance de la investigación que depende de manera creciente del conocimiento de diferentes áreas de Matemáticas y de otras áreas de ciencia e ingeniería. Las interacciones entre distintas áreas de las Matemáticas entre sí y entre las Matemáticas y otras ciencias e ingenierías pueden promocionarse de diversas maneras. En 1980, La NSF creó dos institutos de investigación cuya financiación ha sido reconfirmada en 1997, a la vez que se ha fundado un tercer instituto. Estos institutos tienen la misión de estimular la investigación en diversas áreas de matemáticos ya establecidos y de jóvenes prometedores. Sin embargo, los institutos existentes sólo pueden enfrentarse a una parte de los retos que la cada vez más amplia interacción de las ciencias matemáticas están conformando y a los nuevos problemas fundamentales y matemáticos y estadísticos cuya solución ha de contribuir a las necesidades sociales y de conocimiento básico. La creación de nuevos institutos ayudará a que las matemáticas, en colaboración con las otras ciencias y la ingeniería, afronte estos desafíos.»

Instituto Mittag-Leffer (Suecia).

Como consecuencia de todo esto la NSF ha decidido crear *cuatro* nuevos institutos; una apuesta decidida. Esta misma necesidad es patente en España. Pieza fundamental del Plan Nacional de Matemáticas que se propugna debe ser un Instituto de Matemáticas, que permita esa orientación de las Matemáticas, muy en línea con lo objetivos que se proponen en Estados Unidos.

Todos los países desarrollados cuentan con uno o varios institutos de investigación matemática[15], con una actividad que sirve de referencia a todo el país, que propician el intercambio de ideas entre matemáticos de diferentes especialidades y científicos y tecnólogos de toda índole, y con un flujo permanente de visitantes de otros países. Un centro de estas características es, en estos momentos, crucial para el salto cualitativo de la matemática española y para conseguir además su interacción con las tecnologías y con el mundo de la economía y de la empresa. En Europa se ha creado, con el apoyo de la European Mathematical Society, el consorcio ERCOM[16] de institutos de investigación matemática para potenciar el desarrollo de las matemáticas en la Unión Europea.

España está en estos momentos fuera de esa iniciativa a excepción del singular Centre de Recerca Matemática, de Barcelona, que depende del Institut de Estudis Catalans. En tiempos hubo en el seno del Consejo Superior de Investigaciones Científicas, un histórico, el Instituto Jorge Juan de Matemáticas, como parte de la estructura general de investigación del país. Era claro, a principios de los 80, que el Jorge Juan no cumplía la misión para la que había sido creado, pero en lugar de reformarlo, reorientando su actividad, fue cerrado en 1984.

El potencial de la investigación matemática de España, que tan relevantes cotas ha alcanzado, permite augurar que con la orientación, apoyo y financiación adecuados se pueda enfrentar con éxitos este nuevo panorama. Un éxito, que de lograrse, redundará en toda la investigación científica y desarrollo tecnológicos del país. Las carencias, retos y necesidades descritas son, como se ha dicho, comunes a todos los países desarrollados. La situación, sin embargo, es más apremiante en España; es una cuestión de escala, y de *timing*. Se parte de más atrás, y además, en otros países con más tradición y mejores estructuras, han comenzado antes a enfrentarse a ella. La enseñanza de las matemáticas en la Universidad. En febrero de 1999, el Comité Español para el Año Mundial de las Matemáticas (CEAMM2000) convocó una reunión de decanos y directores de Departamentos de Matemáticas para diseminar la celebración del Año Mundial de las Matemáticas. Pero allí se constató que había problemas comunes de una cierta urgencia.

Esos problemas se centran en: 1) una disminución progresiva del número de alumnos matriculados en las licenciaturas de matemáticas; 2) a la vez, una falta de motivación de los estudiantes, y 3) un descenso de su nivel de conocimientos y madurez. Los tres factores están muy relacionados. Las matemáticas exigen una cierta aptitud y una disciplina y rigor intelectuales.

Surgió la idea de organizar un encuentro formal, que se realizó en la Universidad de Santiago de Compostela, los días 18 y 19 de febrero de 2000.

La reunión fue un rotundo éxito, debatiéndose con intensidad los problemas y sus posibles soluciones. Una de las primeras constataciones fue que el problema era global. En efecto, recientes informes de la American Mathematical Society [17] señalaban que el número de alumnos matriculados había bajado desde 1992 a 1998 en un 20%. En Alemania, la DVD[18] daba unas cifras parecidas. ¿Qué estaba ocurriendo en nuestras facultades? ¿Cómo era posible que una pro-

(13) La European Mathematical Society (EMS) cita en su informe sobre el V Programa Marco Europeo textualmente: La limitación de las materias de investigación al desarrollo comercial predecible daría lugar a la pérdida de sectores industriales completos que podrían quedar obsoletos por nuevos hallazgos inesperados. http://emis.uc3m.es/

(15) Institute of Mathematics and Applications (Minnesota), Mathematical Sciences Research Institute (Berkeley), Institute d'Hautes Etudes Scientifiques (Paris), Mittag-Leffler, Max-Planck, Newton Institute, Fields Institute,

RCOM: European Research rs on Mathematics. /www.maphysto.dk/ERCOM/

owards the excellence es un rdinario estudio de la AMS nciado por la National Science Foundation, en el que se analiza lo que debería ser un departamento de matemáticas del

rg/towardsexcelle

(18) DVD, Deutsche Mathematiker Vereinigung (Sociedad Matemátic Alemana). http://www.mathematik.uni-bielefeld.de/DMV/

Acceso a Bibliotecas de Matemáticas

En el Congreso Internacional de Matemáticas de Toronto en 1924 se tomó la resolución de premiar en cada ICM con dos medallas de oro a las dos mejores contribuciones matemáticas.
El Profesor J.C. Field, matemático canadiense y Secretario del Congreso de 1924 donó los fondos necesarios, de modo que las medallas reciben su nombre.

Biblioteca del Instituto de Matemáticas de Owerwolfach.

Se precisa también de buenas bibliotecas de matemáticas. A pesar de la existencia de Internet, no es verdad que se pueda acceder a todo el conocimiento existente por este método. Poseer buenas bibliotecas es esencial, y eso requiere un esfuerzo económico. No existen una o dos bibliotecas de referencia, hace falta crearlas. Esas bibliotecas completas que faciliten el acceso de cualquier matemático a sus fondos, que suministren el material necesario a cualquier punto de España usando el fax, el escáner o el correo electrónico. Y se precisa una racionalización de los recursos. La primera piedra se ha puesto con la creación de la red DOCUMAT, para organizar los recursos de los que se dispone ahora. DOCUMAT es una red que engloba las bibliotecas de las Facultades de Matemáticas y la del antiguo Instituto Jorge Juan. Se debe potenciar y para ello harán falta más recursos.
Y es importante además poseer una buena infraestructura de información bibliográfica accesible por la red. Existen fundamentalmente dos bases de datos. Una es MathSciNet, de la American Mathematical Society, la cual está basada en la edición en papel del *Mathematical Reviews*, que recoge las reseñas de todos los artículos y libros de matemáticas publicados en el mundo entero. La otra es *Zentralblatt fur Mathematik*, publicada por Springer-Verlag. Esta última base de datos está apoyada por la European Mathematical Society. En la tarea de la construcción de una Europa científica se está haciendo un esfuerzo denodado por competir con los Estados Unidos. España participa en el proyecto europeo LIMES a través de la Universidad de Santiago y de la Real Sociedad Matemática Española. De nuevo se necesita apoyo más decidido de la Administración.

fesión que en estos momentos debería ser una de las más codiciadas se viera abocada a tal debilitamiento? ¿Cómo casaban estos datos negativos con esa pujanza de la investigación en matemáticas?
El análisis de esta problemática se puede resumir en varios puntos: 1) Los matemáticos hemos prestando muy poca atención a la necesidad de comunicar a la sociedad la importancia de nuestro trabajo, el perfil de nuestra profesión, y la idea de que las Matemáticas son útiles, valiosas y relevantes. 2) Los estudiantes de matemáticas no conocen las distintas salidas profesionales, más allá de la docencia; y las carreras no siempre están bien diseñadas para formar de acuerdo con esa variedad de opciones profesionales. 3) La capacidad docente de las Licenciaturas en Matemáticas es amplia, como lo es la oferta de plazas para cursarlas. Pero la escasa demanda y el sistema de acceso a la Universidad hacen que sea muy alto el porcentaje de alumnos matriculados que preferirían estar cursando otra carrera. 4) Los planes de estudios son demasiado especializados, poco conectados con otros saberes científicos, con una carga docente presencial excesiva, sin tiempo para el trabajo personal, con escasa orientación profesional, y carentes de prácticas. 5) No existe una articulación con la enseñanza secundaria. 6) El nivel de conocimientos de los alumnos que acceden a las Facultades es muy inferior al esperado, y esta realidad debe tenerse en cuenta cuando se diseña el plan de estudios, diseñando cursos previos de Cálculo y Álgebra.

La creatividad matemática, y la científica, en general, requieren libertad

Aunque estas conclusiones pudieran parecer a primera vista muy pesimistas, la opinión general es que hay soluciones, que es posible la formación del profesional matemático, demandado por la sociedad, sin renunciar al núcleo duro de la matemática, base en definitiva de su actual potencialidad y garante de que los mismo ocurrirá en el futuro. Esto, evidentemente, pasará por un cambio profundo de los planes de estudio. En caso de tomarse estas medidas, los resultados para los años venideros serán espectaculares, y asistiremos a una profesión emergente.
Las Matemáticas son parte esencial de los programas de numerosas licenciaturas universitarias. Hay un esquema tradicional del contenido de éstos, que la rápida evolución de las posibilidades del lenguaje matemático e informático los hace inadecuados para el momento presente. Es acuciante que esa enseñanza se modernice y se adapte a las necesidades reales y actuales de formación. El editorial de Science citado incide vehemente en esta necesidad, que de nuevo no es española sino global. **J.L.F.** ■

Para leer:

- *La Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*, Vol. 3, Núm. 1, (2000).
- V. Arnold, M. Atiyah, P. Lax y B. Mazur, editores. *Mathematics: Frontiers and perspectives*. Publicado por la International Mathematical Union y la American Mathematical Society, 2000.

Bol. Soc. Esp. Mat. Apl. n°27(2004), 95–103

La Internacional Matemática. La larga y tortuosa historia de la Unión Matemática Internacional *

M. DE LEÓN[1]

[1] Instituto de Matemáticas y Física Fundamental, Consejo Superior de Investigaciones Científicas

mdeleon@imaff.cfmac.csic.es

Resumen

Aunque los matemáticos tienen fama de seres poco sociables, la realidad es bien distinta: los matemáticos se han asociado desde la antigüedad de muy diferentes maneras, desde las sectas pitagóricas a la internacionalización actual, pasando por las diferentes Academias y las sociedades científicas. De hecho, no hay otra ciencia en la que este fenómeno asociacionista se haya dado con tal fuerza. Se pretende en este artículo dar algunas pinceladas sobre este asociacionismo matemático, centrándose en la Unión Matemática Internacional y la situación española.

Palabras clave: *Unión Matemática Internacional*
Clasificación por materias AMS: *01A74, 01A61, 01A65*

1 Las Academias

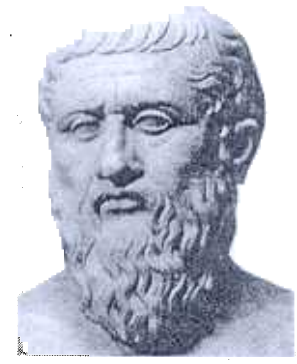
Las matemáticas son una ciencia antigua, quizás la más antigua, y también secreta en sus inicios. Las matemáticas de la antigüedad proporcionaban poder: el conocimiento de los movimientos celestes, la llegada de las cosechas, las medidas de áreas, etc., la convirtieron en una ciencia iniciática. Así que los primeros pasos del asociacionismo matemático fueron por los derroteros del secreto. Y esta componente está presente en las matemáticas babilónicas, en las matemáticas egipcias y en las primeras matemáticas griegas.

En la Grecia clásica, el asociacionismo toma una forma que perdura hasta nuestros días: la Academia de Platón. En los jardines de Academos, en donde "no podían entrar los ignorantes de la geometría", los académicos debatían sobre lo divino y lo humano, y, cómo no, sobre matemáticas. Quizás pueda decirse que en Grecia nacieron los primeros matemáticos profesionales.

*El autor es Presidente del Comité Organizador del Congreso Internacional de Matemáticas ICM2006 y representante en el Comité IMU de la Real Sociedad Matemática Española

La Academia de Platón

En la entrada a la Academia de Platón, situada en los jardines de Academos, colgaba un letrero que advertía: "No entre aquí nadie ignorante de la Geometría". Platón, en efecto, creía que el estudio de las matemáticas y la filosofía proporcionaban el entrenamiento más adecuado para aquellos que en el futuro iban a desempeñar puestos de responsabilidad en el estado, como se recoge en la obra *República*, libro en el que debate sobre aritmética, geometría, astronomía, música... En el Timeo incluye un debate sobre los cinco sólidos regulares, también llamados platónicos en su honor. En el libro VII de la *República*, Socrátes debate con Glaucón acerca de los estudios que debe emprender el futuro hombre de estado. Sobre el cálculo dice Socrátes: "¿Y no has observado que los calculadores por naturaleza son rápidos, por así decirlo, en todos los estudios, en tanto que los lentos, cuando son educados y ejercitados en este estudio, aunque no obtengan ningún otro provecho, mejoran, al menos, volviéndose más rápidos que antes? — Así es. — Y no hallarás fácilmente, según pienso, muchos estudios que requieran más esfuerzo para aprender y practicar. — No, en efecto. — Por todos estos motivos, no hay que descuidar este estudio, sino que los mejores deben educar sus naturalezas en él."



Platón

Más adelante, refiriéndose a las dificultades de la geometría de los sólidos, manifiesta: "En efecto, y son dos las causas de ello: la primera es que ningún Estado le dispensa mucha estima y, por ser difícil, se la investiga débilmente; la segunda, que quienes investigan necesitan un supervisor, sin lo cual no podrían descubrir mucho... Pero si el Estado íntegro colabora en la supervisión guiándolos con la debida estima, aquéllos se persuadirían, y una investigación continuada y vigorosa llegaría a aclarar cómo es el asunto, puesto que incluso ahora mismo, en que éste es subestimado y mutilado por muchos, inclusive por investigadores que no se dan cuenta de su utilidad, a pesar de todo esto florece vigorosamente en su propio encanto, de modo que no sería asombroso que se hiciera manifiesto."

En España se creó tempranamente una *Academia de Matemáticas de Madrid*, en tiempos de Felipe II, Academia de efímera existencia y con el objetivo de enseñar matemáticas para formar pilotos náuticos, arquitectos, ingenieros, lo que prueba que eran muy conscientes de que las matemáticas servían y mucho para la vida práctica.

Otras Academias surgieron en años posteriores, algunas de ellas de un prestigio que no ha parado de crecer desde su fundación y, además, han proporcionado nombres de lo más ilustre para la mayor gloria de las matemáticas: la *Royal Society*, la *Academia de San Petersburgo*, la *Academia de Ciencias de París*, etc.

Felipe II

La Academia Matemática de Madrid

Durante el reinado de Felipe II (1527-1598) se creó la *Academia de Matemáticas de Madrid*, en 1575, antecedente de la moderna *Real Academia de Ciencias*. Estaba constituida por los cosmógrafos, arquitectos e ingenieros que trabajaban para el monarca. La idea de su fundación fue de Juan de Herrera y entre sus objetivos destaca el de fomentar la enseñanza de las matemáticas con vistas a sus aplicaciones prácticas. Durante medio siglo se enseñó en ella matemáticas, cosmografía, geografía mecánica, arquitectura, etc. La Academia también se ocupó de traducir al castellano diversos textos científicos y de la publicación de las obras originales de sus miembros.

La creación de la Academia, por Orden Real firmada en Lisboa, estaba motivada por la preocupación del monarca por el desarrollo científico y tecnológico en España y es destacar que fue pionera en Europa. Lamentablemente, la Academia de Matemáticas desapareció prematuramente, dando lugar a los Reales Estudios del "Colegio Imperial de Madrid", Colegio de San Isidro. En el Colegio Imperial, se crea la cátedra de Matemáticas, ocupada primero por Juan Carlos de la Faille y después por otros extranjeros; en 1670 la pasa a ocupar el físico y matemático José Zaragoza.

2 Creación de las sociedades: hacia IMU

Pasarían muchos siglos hasta que las matemáticas fueran consideradas como una profesión. Durante el siglo XIX se produjo un cambio drástico en la comunidad científica al que no fue ajeno el mundo de las matemáticas. A principios de 1800 la comunidad científica era muy pequeña y había muy pocas revistas científicas. Pero la Revolución Francesa, a continuación las guerras napoleónicas y después la Revolución Industrial, causaron un cambio social sin precedentes. Por una parte, se crea una clase media que se interesaba por los avances científicos y los desarrollos tecnológicos. También, la prosperidad económica comenzó a permitir una educación más generalizada. Las universidades sufrieron un cambio y la investigación comenzó a ser algo tan importante como la docencia. Va aumentando el número de científicos (en particular, de los matemáticos) y se comienzan a crear las sociedades científicas, con una finalidad mucho más profesional que las Academias de Ciencias ya existentes.

A título de ejemplo, se fundan en 1864 la *Sociedad Matemática de Moscú*, en 1865 la *London Mathematical Society*, en 1872 la *Societé Mathématique de France*, en 1884 el *Circolo Matematico di Palermo*, en 1888 la *New York Mathematical Society* (convertida en la *American Mathematical Society* en 1894), en 1890 la *Deutsche Mathematiker-Vereinigung* y, en 1911, se crea la *Sociedad Matemática Española* (*Real* desde 1929).

A la vez, comienza a extenderse un afán de cooperación internacional facilitado por los avances en las comunicaciones, y se celebran, como veremos, los primeros congresos internacionales.

Es de destacar la cooperación internacional matemática, sin parangón en otras ciencias. Por ejemplo, una revista de reviews de matemáticas, el *Jahrbuch uber die Fortschritte der Mathematik* se fundó en Alemania en 1871: en el primer volumen, los reseñadores son alemanes, pero a partir del segundo ya son de varios países. En 1885, los franceses crearon el *Répertoire Bibliographique des Sciences Mathématiques.*

Es evidente que el valor universal de las matemáticas es un valor globalizador que no todas las ciencias exhiben con tanta propiedad.


G. Cantor

Y comienzan a oírse voces que demandan una mayor cooperación internacional en las matemáticas. Es Georg Cantor, quién lanza la primera voz en esa dirección en 1888. En 1890 se convierte en el primer presidente de la Deutsche Mathematiker-Vereinigung y ya tiene en mente la necesidad de realizar un congreso internacional de matemáticos (tal y como escribe Walther von Dyck a Felix Klein):

> "G. Cantor me escribió recientemente sobre sus planes concernientes a un congreso internacional de matemáticos. Realmente no sé si esto es una necesidad".

Esta idea fue transmitida por Cantor a varios matemáticos como Vassiliev, Hermite, Poincaré, Jordan y otros.


F. Klein

Un contemporáneo de Cantor fue Felix Klein quien, a pesar de no hacer muy buenas migas con él, coincidió con sus ideas de realizar un congreso internacional. Pero Klein fue incluso mas allá. En el Congreso de Matemáticas y Astronomía de Chicago en 1893, coincidente con la Exposición Colombina (congreso que, dicho sea de paso, no fue muy internacional ya que sólo 4 matemáticos no estadounidenses participaron en el evento), Klein hizo un discurso importante, titulado, "El estado actual de las matemáticas". Y su grito de guerra fue exactamente el que motivó a Marx y Engels en el Manifiesto Comunista: "Matemáticos del mundo entero, ¡uníos!". Y es que las alianzas de las grandes potencias a finales del siglo XIX iban configurando el primer gran enfrentamiento de la Gran Guerra de 1914, y los más idealistas propugnaban la unión de los hombres en todos los ámbitos de la vida.

K. Marx

F. Engels

El Manifiesto comunista

Un fantasma recorre Europa: el fantasma del comunismo. Todas las fuerzas de la vieja Europa se han unido en santa cruzada para acosar a ese fantasma: el papa y el zar, Metternich y Guizot, los radicales franceses y los polizontes alemanes.
¿Qué partido de oposición no ha sido motejado de comunista por sus adversarios en el poder? ¿Qué partido de oposición, a su vez, no ha lanzado, tanto a los representantes de la oposición más avanzados, como a sus enemigos reaccionarios, el epíteto zahiriente de comunista?
De este hecho resulta una doble enseñanza: Que el comunismo está ya reconocido como una fuerza por todas las potencias de Europa. Que ya es hora de que los comunistas expongan a la faz del mundo entero sus conceptos, sus fines y sus tendencias; que opongan a la leyenda del fantasma del comunismo un manifiesto del propio partido.
Con este fin, comunistas de las más diversas nacionalidades se han reunido en Londres y han redactado el siguiente Manifiesto, que será publicado en inglés, francés, alemán, italiano, flamenco y danés.

Karl Marx, Friedich Engels: Manifiesto Comunista. 1847.

Es interesante reproducir las palabras de F. Klein:

> "Los famosos investigadores de la primera parte del siglo XIX- Lagrange, Laplace, Gauss- fueron capaces de abarcar todas las ramas de las matemáticas y sus aplicaciones. Con la siguiente generación, sin embargo, se manifestó la tendencia a la especialización. Así la ciencia en desarrollo se ha ido apartando más y más de sus fines originales sacrificando su inicial unidad y dividiéndose en diversas ramas".

Se refería después a los mutuos beneficios de las sociedades matemáticas existentes y concluía:

> "Pero los matemáticos deben ir más lejos. Deben formar uniones internacionales, y confío en que este Congreso Mundial de Chicago será un paso en esta dirección".

Cartel anunciador del Congreso Internacional de Matemáticos de Zurich, 1897

Poco después, Cantor retomó el tema, ya con algunas ideas concretas de lo que debía ser tal asociación internacional, pero sus intenciones no llegaron a cuajar.

En Francia, Laisant y Lemoine tomaron estas ideas en consideración en 1894, y en el primer volumen del *L'Intermédiaire des Mathématiciens*, expresaron pensamientos similares a los de Klein: antiguamente, los científicos ocultaban sus métodos, pero ahora los matemáticos quieren dar a conocer inmediatamente sus resultados, se comienza a sustituir el esfuerzo individual por el colectivo.

Se iba imponiendo la idea de un Congreso Internacional de Matemáticos, y éste se acabó celebrando en Zurich en 1897.

3 Nacen los ICM e ICMI

Circulaba la idea de hacer ese congreso constituyente en Zurich en 1987 y, a continuación, uno en París en 1900, siguiendo ya unas reglas fijas. En Zurich tomaron parte 208 matemáticos de 16 países, aquello sí fue ya un congreso internacional. Como curiosidad, los idiomas oficiales fueron el francés y el alemán, permitiéndose el inglés y el italiano. Allí se decidieron los objetivos de tales congresos:

- Promover las relaciones personales entre los matemáticos de diferentes países.
- Dar surveys de temas de matemáticas de actualidad.
- Aconsejar a los organizadores del congreso siguiente.
- Tratar de temas como terminología, bibliografía, que requerían cooperación internacional.

Se nombró una Comisión Ejecutiva en Zurich. Quizás convenga recordar unas frases de entonces debidas a Adolf Hurwitz que son muy pertinentes al tema que nos ocupa y describen muy bien las dos caras de los matemáticos:

> "Las grandes ideas de nuestra ciencia a menudo nacen y maduran en soledad; ninguna otra rama de la ciencia, con excepción quizás de

la filosofía, poseen tal carácter introvertido como las matemáticas. Y aún así, un matemático siente la necesidad de comunicarse, de participar en discusiones con los colegas".

Los *International Congress of Mathematicians* (ICM) se van celebrando sin tregua: Paris 1900 (famoso entre los famosos), Heilderberg 1904, Roma 1908. Este último es destacable por dos razones: se vuelve a hablar de la necesidad de una asociación internacional (Klein y Cantor de nuevo en el candelero) y se decide la creación de un Comité Central (Klein, Greenhill y Fehr) para debatir los problemas de la educación matemática: "El Congreso, reconociendo la importancia de un estudio comparativo de los métodos y planes de la enseñanza de las matemáticas en las escuelas secundarias, encarga a los Profesores F. Klein, G. Greenhill y Henri Fehr que constituyan una Comisión Internacional para estudiar estas cuestiones e informar en el próximo Congreso". Asistimos al nacimiento del *International Committee of Mathematical Instruction* (ICMI), que desempeña una gran actividad en los años siguientes. En 1912, los matemáticos se mueven a Cambridge (UK), y en 1916 ya no se puede celebrar el ICM en Estocolmo a causa de la Primera Guerra Mundial. En 1920 se celebra en Estrasburgo, pero la comunidad internacional había salido muy tocada por la guerra.

En la Asamblea General en Bruselas del *International Research Council* (IRC), antecesor del *International Council of Scientific Unions* (ICSU), se ponen las bases para la creación de la IMU, la *International Mathematical Union.* Ésta se funda en el ICM de Estrasburgo en 1920, pero nace muerta. La marginación de las potencias centrales europeas (Alemania, Austria, Hungría y Bulgaria) establecida en los estatutos de IMU, a pesar de la invitación a unirse al IRC en 1926, hace insostenible la situación. Por ejemplo, en Bolonia en 1928, los alemanes asisten, aunque los estatutos vigentes se lo impedían. Finalmente, en 1932, la IMU suspende sus actividades.

4 El interregno (1933-1951

A pesar de estar suspendida, es en 1936 cuando se conceden por primera vez las *medallas Fields* (el máximo galardón para los matemáticos), como fue acordado en Toronto en 1924. Y la ICMI, suprimida al crearse la IMU en 1920, volvió a la actividad, que termina con la Segunda Guerra Mundial, de modo que cuando se refunda la IMU, la ICMI se convertirá en una subcomisión. En este período, hubo un intento fallido de recomponer la IMU, pero hay que esperar al final de la segunda guerra mundial para que este hecho se produzca.

5 La refundación (1951

Tras la segunda guerra mundial, y a pesar del nacimiento de la guerra fría, el ICM de 1950 se celebra en Cambridge, USA. Es en 1947 la *Societé Mathématique Française* (SMF) quien toma las riendas para la refundación, aunque ya los

norteamericanos se lanzan a un nuevo ICM. Y proclaman que no hay nada que hacer si va a haber restricciones. Marshal Stone, que fue presidente de la American Mathematical Society, lidera este proyecto de refundación, en el que defiende no excluir a Rusia (a pesar del escaso interés soviético por pertenecer a las organizaciones científicas mundiales).


M. Stone

Se preparan unos estatutos y, en 1951, la IMU vuelve a la existencia. En los años próximos va configurándose hasta la forma actual. España entra en 1952 en el grupo II. Habrá problemas causados por la guerra fría (ICM de Varsovia), pero la IMU ya es una realidad cuya fuerza continua creciendo hasta nuestros días.

6 La situación en España

En España se creó la Sociedad Matemática Española en 1911, culminando un proceso que comenzó en 1903, fruto del afán regeneracionista de la época. La presencia internacional es escasa. Una excepción notable es la de Zoel García de Galdeano, presente en los primeros congresos internacionales y muy activo en el ICMI, elegido en 1916 presidente de la SME. En 1929 la SME pasa a ser la *Real Sociedad Matemática Española*, por una orden otorgada por Alfonso XIII. Además, el Príncipe de Asturias pasó a ocupar la Presidencia de Honor de la sociedad. Cuando llega la Segunda República, pasa a ser otra vez la SME y recupera la R al final de la Guerra Civil.

La RSME de la posguerra tiene una actividad notable hasta su degeneración, que comienza al inicio de los años 1980. Hasta entonces, participa activamente en la vida académica y científica española. En 1931 se creó la *Societat Catalana de Matèmatiques*, cubriendo las naturales apetencias de los matemáticos catalanes. En 1962 nació la *Sociedad de Estadística e Investigación Operativa* (SEIO) y, más recientemente, la *Sociedad Española de Matemática Aplicada* (SëMA) en 1991. Se crea también la *Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática* (SEIEM). La ausencia del panorama de la RSME en casi 10 años es la principal causa de que nazca un fenómeno de asociacionismo de los profesores de secundaria en sociedades regionales que se confederan en la FESPM (19 sociedades hasta el momento, un número quizás excesivo que dispersa recursos humanos tan necesarios). En diciembre de 1996 se refunda la RSME y desde entonces el panorama matemático español está sufriendo los cambios más importantes en toda su historia. En 1998, la RSME coordinó la reconstitución del Comité IMU-España, en colaboración con la SCM, SëMA y SEIO. Se espera conseguir un Comité mucho mejor vertebrado, a imagen del Comité IMU internacional, en 2004.

Un cambio profundo se está produciendo en España, y podríamos decir que "un fantasma llamado matemáticas recorre nuestro país". Una tarea

pendiente durante muchos años está comenzando a ser una realidad: la vertebración de la comunidad matemática iberoamericana. La RSME, siempre de la mano de las sociedades hermanas, está trabajando ya en esa dirección. En particular, en septiembre de 2003, se celebró el Primer Encuentro de Sociedades Latinoamericanas de Matemáticas, del que se esperan grandes consecuencias.

Hoy día, las cuatro sociedades matemáticas españolas, RSME, SEIO, SēMA y SCM, trabajan unidas en un proyecto pleno de ilusiones, la celebración en 2006 en España del primer Congreso Internacional de Matemáticos. Nuestras matemáticas celebrarán entonces su mayoría de edad. En el camino, se confía en pasar a España del grupo III al grupo V, compartiendo el nivel de las grandes potencias matemáticas (el grupo indica el número de delegados en la Asamblea General de IMU). Ésta es una ocasión histórica. Tras el ICME de Sevilla en 1996 y el 3ECM de Barcelona en 2000, afrontamos ahora el mayor reto de nuestras matemáticas. Tenemos un Horizonte 2006 que deberíamos utilizar como instrumento de cohesión para la mejora de la enseñanza matemática en la secundaria y las universidades y para conseguir una mayor apreciación pública de nuestra ciencia. A la vez, podremos reflexionar sobre la multitud de oportunidades que la ciencia y la innovación ofrecen a los matemáticos en el siglo que iniciamos. El año 2006 debe mostrar una comunidad matemática española fuerte, unida, vertebrada por medio del Comité IMU-España y sus diferentes comités y comisiones. Parafraseando a Hilbert, tenemos que hacerlo y lo haremos.

Matemáticas en el Consejo Superior de Investigaciones Científicas
La historia de las Matemáticas en el CSIC es la historia de un desencuentro. Desde el Laboratorio y Seminario Matemático de la Junta de Ampliación de Estudios, hasta el Instituto de Matemáticas Jorge Juan, la disciplina ha pasado por múltiples sinsabores. Hoy día, el CSIC, el buque insignia de la ciencia española, no cuenta con un Instituto de Matemáticas propio, y la disciplina no figura como área diferenciada. Esto está causando una disfunción evidente así como un debilitamiento del potencial matemático español. Los matemáticos no poseen un referente en el nuevo Ministerio de Ciencia y Tecnología y no participan de manera adecuada en la red de Institutos de Matemáticas de Europa (ERCOM, http://www.crm.es/ERCOM/). Confiamos en que, tras 20 años de sequía matemática en el CSIC, este organismo vuelva a cuidar una de sus ramas más estratégicas.

Referencias

[1] Página Web de IMU (`http://elib.zib.de/IMU/`).

[2] O. Lehto, *Mathematics without borders: A History of the International Mathematical Union*, Springer, Berlín, 1998.

[3] J.L. Fernández, M. de León, *Las Matemáticas en España*, Mundo Científico, no. 219 (2001), 46-53.

[4] M. de León, *A Internacional Matemática*, Gamma, no. 2, (2002), 95-100.