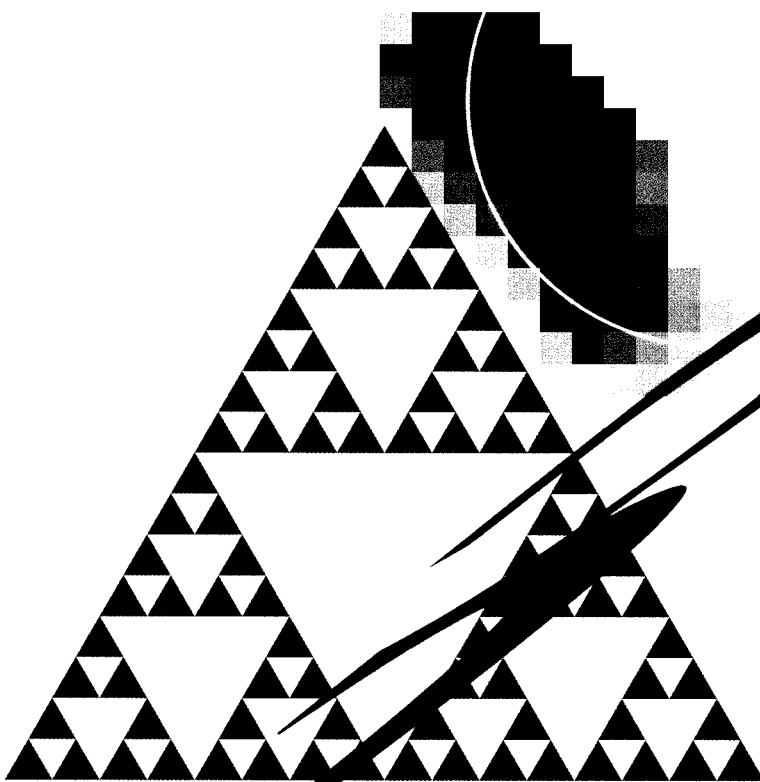


SUMAT

REVISTA SOBRE LA ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE
DE LAS
MATEMATICAS

n.º 39



FEBRERO
2002

El grabado prehistórico de la cueva de Calafí Vell (Menorca) y la rectificación del círculo

Vicente Ibáñez Orts

LOS GRABADOS e ideogramas de carácter inciso que se encuentran en las paredes de algunas cuevas de enterramiento menorquinas son de muy diversos tipos. Entre ellos destacan los de carácter geométrico, siendo algunos de ellos muy elaborados y complejos. La mayoría los descubrió el incansable e intrépido investigador Mascaró Pasarius en el año 1952, comenzando por el ideograma de la Cova de s'Encantament, situada en la finca de Biniguarda Vell (Alayor). Sus resultados los publicó en periódicos y revistas locales, y en Mascaró (1953). Desde aquellas lejanas fechas nadie les ha prestado una atención que pudiéramos llamar matemática, y ello a pesar de que algunos de estos grabados están constituidos por rectas, curvas y círculos que se prestan fácilmente a dar una interpretación geométrica de los mismos.

Sobre todos ellos persiste el grave problema de su cronología, si bien para los realizados con esta técnica la fina pátina calcárea que recubre la incisión parece corroborar su antigüedad. Algo más tarde, el propio Mascaró (1983) contradice su primera opinión, que proponía para todos una datación prehistórica, y matiza esta consideración, especialmente para los de aspecto cruciforme y, al igual que otros muchos investigadores coetáneos, sitúa estos dibujos incluso en época medieval.

El sorprendente grabado geométrico que vamos a comentar se encuentra en una cueva del predio de Calafí Vell. Este «lloc» está en la margen izquierda de la carretera que de Ferreries va a Cala Galdana. La cueva se debe encontrar más allá de la casa predial y debe de ser una de las muchas que bordean el límite de la finca con el barranco de Trebalúger, ya que en dicho punto hay un pequeño altozano rocoso horadado de cuevas y rodeado de maleza. Mascaró se limita a indicar que dicho grabado está en esa finca de labor, sin concretar más su ubicación. A pesar de nuestros intentos, no lo hemos podido localizar y, por

Este breve artículo pretende únicamente que la comunidad matemática conozca la existencia de un enigmático grabado rupestre de carácter inciso que existe en una cueva de enterramiento menorquina, en el predio de Calafí Vell (Alayor). La figura está formada por rectas y arcos de círculo, y hasta la fecha, nadie le ha pretendido buscar una explicación que se pueda llamar matemática. A nuestro modo de ver se trata de un intento de rectificar el círculo, lo que supone que la persona que la trazó conocía el valor del número π .

tanto, nos basamos únicamente en el dibujo que de él realizó Mascaró y que se recoge en la publicación citada, en la que viene identificado con el número 3.

El grabado es realmente enigmático, como puede observar el lector en la figura 1. En él aparecen dos cuadrantes de círculo concéntricos, cuyo centro en el dibujo inferior hemos marcado con la letra A. En el punto que hemos denominado O puede observarse una cruz de lados desiguales, cuyo ramal derecho se prolonga ingravidamente en el vacío de una manera exagerada y misteriosa. Intrigante es, así mismo, el segmento inclinado que parte de A y que forma con la recta AB un ángulo de 21° . Dado que no lo hemos podido visitar personalmente, todo lo que vamos a especular sobre él está sujeto a este grave inconveniente y forzosamente nos hemos de fiar de la exactitud de la copia que sacó Mascaró. Al menos en la Cova de s'Encantament cuyo ideograma central sí que conocemos, y que representa una estrella de cinco puntas frente a la que hay arrodillado un hombre desnudo y esquemático con cabeza de triángulo, esta correspondencia entre la reproducción y la realidad es buena.

En el dibujo se aprecia que el radio del cuadrante del círculo interior es la mitad del mayor. Ambos deberán trazarse completamente para intentar comprender el problema geométrico que ocultan. La circunferencia mayor con centro en A es tangente a la recta DE en el punto O. Se aprecia que esta recta DE es igual al diámetro de dicho círculo, pero está ligeramente desplazada hacia la parte inferior. Si el segmento AG se gira 90° , obtenemos la recta AH,

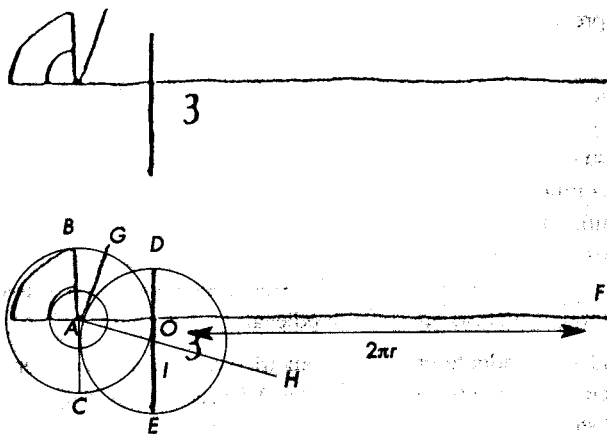


Figura 1.

Parte superior: grabado rupestre inciso de carácter geométrico que se encuentra en la pared de una cueva de Calafí Vell, Mascaró (1953).

Parte inferior: reconstrucción hipotética de la figura geométrica del grabado anterior. Según este modelo se trataría de un método para rectificar el círculo.

El segmento OF correspondería a la longitud de la circunferencia de centro A y diámetro BC.

Para nosotros esta figura geométrica representa un intento de «rectificar el círculo», esto es, tratar de extender sobre una línea recta la longitud de una circunferencia.

que corta a la recta DE en el punto I. A su vez, con centro en este punto se puede trazar una circunferencia cuyo diámetro es el segmento DE. Por tanto, ambos círculos son iguales. Faltaría, únicamente, un último paso que consistiría en trazar correctamente el enigmático segmento OF.

Para nosotros esta figura geométrica representa un intento de «rectificar el círculo», esto es, tratar de extender sobre una línea recta la longitud de una circunferencia. Obviamente esta operación matemática de desenrollar un círculo es imposible, ya que por ser el número π un número trascendente, no existe solución al problema de encontrar un segmento que mida exactamente esta longitud. Como es conocido, en el mundo helénico este problema se enunciaba como la cuadratura del círculo, a saber, encontrar un cuadrado cuya superficie coincidiera exactamente con el área de una circunferencia dada. Si bien el problema no tiene solución, no siempre se ha sabido que esto era así, por lo que numerosas inteligencias se han desvelado en encontrar soluciones geométricas aproximadas que resuelvan este problema con razonable precisión, llegando incluso en muchos casos a pensar que lo habían resuelto correctamente. Para nosotros, el segmento OF que se prolonga excesivamente hacia la derecha del punto O, casi en el espacio tenebroso, es justamente la longitud del círculo cuyo centro es A, y presupone el conocimiento del mismísimo número π . De hecho, si Mascaró trazó a escala su dibujo, y sobre él se mide el segmento BC, y esta longitud se multiplica por 3,14, se obtiene el segmento OF. Es una hipótesis razonable, y de ser así, el enigma de quién y cuándo se trazó esta figura es interesante y crucial. Además, hay que tener presente que el grabado está realizado de manera tal que lo debe interpretar el espectador. Es él quien debe reflexionar para completar los círculos y conjeturar que el segmento de la parte derecha es la rectificación del mayor. Siendo esto así, ¿quién lo pudo dibujar? Dado que Pitágoras falleció alrededor del año 500 a. C. y que la des-

trucción de su escuela y la diáspora de sus seguidores se produjo hacia el año 450 a. C., tras la matanza de Metaponto, al menos podemos arriesgarnos a tomar esta fecha como límite superior.

Frente a la hipótesis de que el ideograma de la Cova de s'Encantament representa una estrella de cinco puntas o pentagrama, formada por las diagonales de un pentágono regular, símbolo y emblema de la escuela pitagórica, o cualquier otra explicación estelar o iniciática, y dado que también aparecen pentágonos estrellados en las jambas del portal de entrada de la Cova de Santa Ana (Mahón) y en Alcaidús de Dalt, lo que podría suponer algún tipo de contacto entre miembros de la escuela pitagórica y Menorca en los siglos IV o III a. C., surge el grave inconveniente de que, tal como cita Mascaró (1983), en el muro exterior de piedra de la ermita de la Consolació (Santanyí, Mallorca) hay grabada una estrella similar.

En los libros de geometría analítica (véase González, 1992; o Rodríguez de Abajo, 1992), suelen aparecer numerosos métodos aproximados para rectificar un círculo, ya que se trata de una operación geométrica cotidiana que suelen utilizar los delineantes en su trabajo diario, pero no hemos encontrado ninguno

que remita al método expuesto en la pared de Calafí Vell. Por otra parte, en los textos de historia de las matemáticas apenas si se le da importancia a esta cuestión, dada la imposibilidad de su solución. En Gardner (1986), recopilación de los divertidos artículos publicados por este notable matemático en la revista *Scientific American* se incluye el titulado «El trascendente número π », que es una forma sencilla y deliciosa de introducirse en estas cuestiones.

La figura de Calafí Vell se puede interpretar como un intento de encontrar de forma geométrica la longitud de una circunferencia, si bien el problema está planteado como un acertijo que hay que resolver y lleva aparejada la visita de algún pitagórico a la isla. Claro que toda esta bella hipótesis se basa en la fidelidad de la copia que realizó Mascaró y en que no se trate de un grabado realizado como pasatiempo por algún matemático ocioso de época muy posterior.

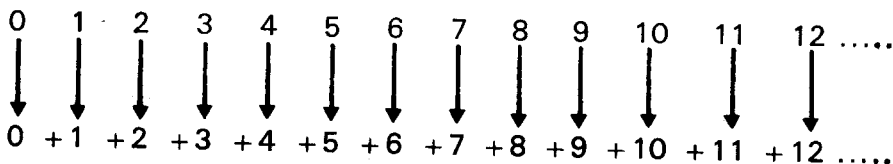
Bibliografía

- GARDNER, M. (1986): *Nuevos pasatiempos matemáticos*, Alianza Editorial, Madrid.
- GONZÁLEZ, M. y J. PALENCIA (1992): «Trazado geométrico», editado por los autores, Sevilla.
- MASCARÓ PASARIUS, J. (1953): «Las cuevas prehistóricas y los grabados rupestres de Menorca», *Ampurias XV-XVI*, Barcelona, 345-349.
- MASCARÓ PASARIUS, J. (1983): «Los grabados rupestres», *Geografía e Historia de Menorca, vol. IV*, Menorca, 55-63.
- RODRÍGUEZ DE ABAJO, F. J. y V. ÁLVAREZ BENGEOA (1992): *Curso de dibujo geométrico y de croquización*, Editorial Donostiarra, San Sebastián.

Vicente Ibáñez
Societat de d'Educació
Matemàtica
de la Comunitat Valenciana
«Al-Khwarizmi»

22 EL CONJUNTO \mathbb{Z} DE LOS NÚMEROS ENTEROS Y LA SUMA

Si ahora tomamos tan sólo los números enteros positivos y el cero, y llamamos \mathbb{Z}^+ a su conjunto, podemos establecer la biyección:



Esta aplicación biyectiva, que hace que las sumas funcionen igual, se llama **isomorfismo**. El semigrupo $(\mathbb{N}, +)$ es isomorfo al semigrupo $(\mathbb{Z}^+, +)$.