

## *Naturaleza del conocimiento matemático y sus implicaciones en la Enseñanza de las Matemáticas en la Educación Secundaria*



*Martín M. Socas Robayna*

Catedrático de Didáctica de la Matemática del Departamento de Análisis Matemático de la Universidad de La Laguna  
Miembro de la Comisión de Educación de la Real Sociedad Matemática Española

### **Resumen**

La integración de nuestro país en la Comunidad Europea planteó a nuestro Sistema Educativo nuevas demandas; entre otras, se encuentran los esfuerzos para mejorar la calidad de la enseñanza en todos sus niveles, la necesaria reforma de la Educación Secundaria para ampliar el período de enseñanza obligatoria hasta los dieciséis años, y la necesidad de que desaparezcan las distancias y desigualdades educativas debidas a causas sociales, culturales o económicas. Es dentro de este marco que las Matemáticas no deben aparecer sólo como una disciplina formal que se construye lejos de nosotros y de nuestros intereses, sino más bien como un lenguaje que se manifiesta en todas las formas de expresión humana y que emerge como un derecho cultural esencial para todos los sujetos de la sociedad.

Hablar de la Enseñanza de las Matemáticas es hablar de las Matemáticas como parte importante de la tarea docente. Conocer y dominar las Matemáticas es una condición necesaria para enseñarlas de forma adecuada, es decir, el conocimiento matemático debe constituir el punto de partida básico para empezar a hablar de los aspectos educativos. Muchas de las determinaciones didácticas que se adopten estarán condicionadas por las características de dicho conocimiento, el cual llega a imprimir al proceso educativo una serie de presupuestos peculiares y diferenciados de los que corresponden a otras disciplinas.

La Matemática constituye una disciplina multiforme, que tiene un uso plural, que se ha manifestado en la enseñanza, como señala Romberg (1991), con rasgos diferentes, dependiendo de las épocas y de los autores. Es, en general, considerada de formas diversas: conjunto de técnicas para aprobar un examen, cuerpo de conocimientos para ser aprendido, lenguaje específico con una notación particular, estudio de las estructuras lógicas subyacentes, juego artificial jugado por un matemático, construcción de modelos útiles en la ciencia, procedimientos de cálculo necesarios para aplicar el conocimiento... Lo importante no son los distintos aspectos de la Matemática en los que se puede o no incidir, sino el conocimiento de los elementos principales que conforman la disciplina, y hacer recaer la actividad matemática en el desarrollo de estos elementos principales.

La racionalidad de la Matemática no la podemos supeditar a la consistencia lógica de sus resultados expresados en un lenguaje formalizado. Su racionalidad es inseparable de la actividad matemática, de la conjetura, del ensayo, del error, de la construcción de lenguajes, de resultados susceptibles de completarse y mejorarse, ... La Matemática como empresa humana y racional se mueve entre dos posiciones: por un lado, su naturaleza histórica, que nos muestra la potencialidad de la creación humana; y, por otro, los objetos matemáticos, los elementos de esa cultura que llamamos culturización matemática, que nos permite hablar de descubrimiento.

Vemos cómo el lenguaje, como elemento mediador en la cultura matemática, nos va a permitir hablar a la vez de creación y descubrimiento.

Los problemas relativos a la Filosofía de la Matemática pueden ser abordados, en la actualidad, desde las dos grandes posiciones que han caracterizado la naturaleza del conocimiento matemático durante las distintas épocas: la *prescriptiva* (o *normativa*) y la *descriptiva* (o *naturalista*). La primera parte procede de una posición absolutista de la Matemática, y la segunda analiza el conocimiento matemático desde la práctica matemática y sus aspectos sociales. La relación entre la enseñanza de las Matemáticas y estos dos grandes enfoques en la Filosofía de la Matemática es una cuestión evidente (Ernest, 1994).

En esta ponencia se realiza una reflexión sobre la naturaleza de las Matemáticas en sus diferentes aspectos, así como las implicaciones que se derivan en relación con las propuestas curriculares para Matemáticas en la Educación Secundaria.

### **Bibliografía**

- P. Ernest: The philosophy of mathematics and the didactics of mathematics. En R. Biehler et al. (editores): *Didactics of Mathematics as a Scientific Discipline*, pp. 335-349. Kluwer, Dordrecht, 1994.
- C. Cañón: *La matemática: Creación y descubrimiento*. Publicaciones de la Universidad Pontificia de Comillas, Madrid, 1993.
- P.J. Davis, R. Hersh: *Experiencia matemática*. MEC-Labor, Madrid, 1988. [Título original: *The Mathematical Experience*. Birkhäuser, Boston, 1982].
- P. Kitcher: *The Nature of Mathematical Knowledge*. Oxford University Press, Oxford, 1984.
- I. Lakatos: *Matemáticas, ciencia y epistemología*. Alianza, Madrid, 1981.
- S. Restivo: *Mathematics in Society and History*. Kluwer, Dordrecht, 1992.
- T.A. Romberg: Características problemáticas del currículo escolar de matemáticas. *Revista de Educación* **294** (1991), 323-406.



SOCIEDAD, CIENCIA, TECNOLOGÍA Y MATEMÁTICAS

Curso Universitario Interdisciplinar  
Marzo 2003

NATURALEZA DEL CONOCIMIENTO  
MATEMÁTICO Y SUS IMPLICACIONES EN LA  
ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS EN LA  
EDUCACIÓN SECUNDARIA

Martín M. Socas



NATURALEZA DEL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO Y SUS  
IMPLICACIONES EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS  
EN LA EDUCACIÓN SECUNDARIA

Hablar de la enseñanza de las Matemáticas es hablar de las Matemáticas como parte importante de la tarea docente.

Conocer y dominar las Matemáticas es una condición necesaria, para enseñarlas de forma adecuada.

Muchas de las determinaciones didácticas que se adopten estarán condicionadas por dicho conocimiento, el cual llega a imprimir al proceso educativo una serie de características peculiares y diferenciadas de las que corresponden a otras disciplinas.

Desde esta perspectiva, la profesión de docentes de Matemáticas, tiene un punto de partida ineludible: la Cultura Matemática.

El futuro profesor deberá entender el proceso de "Matematización de la Cultura" para adaptar y procesar su conocimiento teórico con el fin de ayudar a sus futuros alumnos a construir su propio conocimiento matemático.



NATURALEZA DEL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO Y SUS  
IMPLICACIONES EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS  
EN LA EDUCACIÓN SECUNDARIA

La Matemática constituye de hecho una disciplina multiforme, que tiene un uso plural, que se ha manifestado en la enseñanza, con rasgos diferentes (Romberg, 1991).

Es considerada de formas diversas: conjunto de técnicas para aprobar un examen, cuerpo de conocimientos para ser aprendido, lenguaje específico con una notación particular, construcción de modelos útiles en la ciencia, procedimientos de cálculo necesarios para aplicar el conocimiento...

Lo que debemos resaltar son los elementos principales de la disciplina matemática y hacer recaer la actividad matemática en el desarrollo de estos elementos principales.

¿Cuáles son esos elementos principales de la disciplina Matemática? ¿Qué influencia han tenido en los currículos de matemáticas de las diferentes reformas educativas?



NATURALEZA DEL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO Y SUS  
IMPLICACIONES EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS  
EN LA EDUCACIÓN SECUNDARIA

Responder a las preguntas anteriores es la intención de esta ponencia en la que se reflexiona sobre la naturaleza de las Matemáticas y se analiza sus implicaciones en la enseñanza de las Matemáticas en la Educación Secundaria tomando en consideración las diferentes reformas educativas que han tenido lugar en este país en los últimos treinta años:

Ley General de Educación (LGE, 1970), Ley Orgánica de Ordenación General del Sistema Educativo (LOGSE, 1990) y Ley Orgánica de Calidad de la Educación (LOCE, 2002).



NATURALEZA DEL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO Y SUS  
IMPLICACIONES EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS  
EN LA EDUCACIÓN SECUNDARIA

Estructuramos la presentación en cuatro apartados.

- Naturaleza del conocimiento matemático (Tomamos como punto de partida el finalizado siglo XX y diferenciamos la primera y segunda mitad del mismo).
- Los currículos de matemáticas en las diferentes reformas educativas: LGE, LOGSE y LOCE
- Calidad de las matemáticas que se estudian en la Educación Secundaria (12-18 años)  
Se analizan y comparan los resultados obtenidos en Matemáticas por alumnos de 12, 13, 14, 15 y 18 años en distintas pruebas nacionales e internacionales.
- Formación del profesorado de Matemáticas de Secundaria



NATURALEZA DEL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO

Las escuelas que han caracterizado la naturaleza del conocimiento matemático se pueden organizar, en dos grandes grupos: prescriptiva (o normativa) y descriptiva (o naturalista) (Ernest 1994).

- La concepción prescriptiva de las Matemáticas considera la tradición absolutista y el platonismo como corriente filosófica. El conocimiento matemático es fijo y objetivo y está constituido por verdades absolutas y representa el único sustento del conocimiento verdadero, base del conocimiento humano y de la racionalidad.
- La concepción descriptiva de las Matemáticas incluye en su análisis un aspecto importante del conocimiento matemático: la práctica matemática y sus aspectos sociales.



## NATURALEZA DEL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO

La racionalidad de la Matemática la podemos supeditar a la consistencia lógica de sus resultados, expresados en un lenguaje formalizado, o, por el contrario su racionalidad es inseparable de la actividad matemática, de la conjetura, del ensayo, del error, de la construcción de lenguajes, de resultados susceptibles de completarse y mejorarse...

En cualquier caso parece razonable aceptar que la Matemática como empresa humana y racional se mueve entre dos posiciones, la de su naturaleza histórica que nos muestra la potencialidad de la creación humana, y la de los objetos matemáticos, los elementos de esa cultura que llamamos culturización matemática, que nos permite hablar de descubrimiento. El lenguaje como elemento mediador en la cultura matemática nos va a permitir hablar a la vez de creación y descubrimiento.



## NATURALEZA DEL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO: PRIMERA MITAD DEL SIGLO XX

Encontramos tres grandes enfoques: el logicista, el formalista y el intuicionista, que intentaron cimentar el edificio matemático y mostrar la racionalidad de esta disciplina.

El Logicismo tiene su origen en Leibniz: el conocimiento matemático es un conocimiento verdadero, los objetos de la Matemática son verdades necesarias y universales, y los principios lógicos juegan un papel determinante para fundamentar los resultados matemáticos. Este planteamiento racionalista y logicista encuentra su apoyo en Frege, quien en 1884 lo inicia como una escuela en busca de los fundamentos de la Matemática.

Las dificultades que surgen dentro de la escuela logicista, en relación a los fundamentos, llevan a dos grandes matemáticos, Hilbert y Brouwer, a realizar sendas propuestas a partir de los presupuestos de la filosofía kantiana, el formalismo y el intuicionismo, respectivamente.



## NATURALEZA DEL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO: PRIMERA MITAD DEL SIGLO XX

La Matemática es para Hilbert (Formalismo) producto del pensamiento humano y constituye un juego desprovisto de significado y constituido por axiomas, definiciones, teoremas y fórmulas. Desde este punto de vista no tiene sentido hablar de la naturaleza de los objetos matemáticos, dado que no existen. Sólo hay reglas y cadenas de símbolos.

El planteamiento de Brouwer (Intuicionismo) es mostrar la exactitud de la Matemática con independencia del lenguaje y de la lógica. En relación con el logicismo su planteamiento es radicalmente distinto. Para los logicistas, la Matemática clásica no podía contener errores, sin embargo, para los intuicionistas ocurría todo lo contrario, lo que les lleva a reconstruir las Matemáticas desde su base, a partir del concepto de número natural.



## NATURALEZA DEL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO: PRIMERA MITAD DEL SIGLO XX

Las consideraciones que sobre las Matemáticas hace el intuicionismo pueden enmarcarse tanto dentro del planteamiento prescriptivo como descriptivo.

Es prescriptivo en cuanto que trata de asegurar los fundamentos de las Matemáticas sobre una base constructiva.

Es descriptivo al reconocer la importancia humana de la actividad matemática en la construcción de las demostraciones y en la creación de los nuevos conocimientos.



## NATURALEZA DEL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO: PRIMERA MITAD DEL SIGLO XX

Dos concepciones ontológicas:

- Las acciones de descubrir e inventar nos lleva en la actividad matemática a dos concepciones ontológicas diferentes. **Platonismo**: que supone aceptar que los objetos matemáticos y las relaciones entre ellos tienen un carácter objetivo, y **Constructivismo**, que por el contrario, dota de subjetividad a estos objetos y sus relaciones.

- Para Platón los objetos matemáticos no están en continuidad con los objetos sensibles, su existencia es independiente de ellos. Tampoco son producto del pensamiento humano. Los objetos matemáticos pertenecen a un tercer mundo de naturaleza diferente a los dos anteriores, Popper (1974).

- El trabajo del matemático platónico es un trabajo empirista, dado que no inventa sino que descubre los conceptos matemáticos. Utiliza para ello la percepción y la intuición matemática.



## NATURALEZA DEL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO: PRIMERA MITAD DEL SIGLO XX

Dos concepciones ontológicas

El formalismo y el intuicionismo comparten el carácter exacto, independiente de toda experiencia, de las leyes matemáticas.

Lo que provoca la separación entre las dos escuelas es el papel que los formalistas otorgan a la lógica y al lenguaje en la actividad matemática y en la fundamentación de los resultados.

Al pensar en los objetos de la Matemática podemos: considerar el lenguaje en un nivel secundario en relación con los objetos (Intuicionista) o pensar que la objetividad de la Matemática está inseparablemente unida a su formulación lingüística (Formalista).

El formalismo mantiene una posición absolutista mientras el intuicionismo mantiene una posición relativista en relación con el conocimiento matemático.



## NATURALEZA DEL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO: SEGUNDA MITAD DEL SIGLO VEINTE

Reducir la actividad matemática a justificaciones lógicas expresadas en teoría de conjuntos e ignorando otros modos de expresión y otras formas de razonamiento, no han producido los resultados esperados.

Una vez abandonada la búsqueda de fundamentos para las Matemáticas:

- La filosofía de las matemáticas puede comenzarse de nuevo examinando las prácticas reales de los matemáticos y de los que usan las matemáticas.
- Si contemplamos la Matemática sin prejuicios, aparecen muchos hechos relevantes que los fundamentalistas ignoraron: demostraciones informales, desarrollo histórico, la posibilidad del error matemático, comunicación entre matemáticos, el uso de ordenadores en la matemática y muchos más... Tymoczko (1986)



## NATURALEZA DEL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO: SEGUNDA MITAD DEL SIGLO VEINTE

Es necesario una reconceptualización de la Filosofía de las Matemáticas (Ernest, 1989 y 1991), que dé respuestas a cuestiones como las siguientes:

¿Cuál es el propósito de las Matemáticas? ¿Qué papel posee el ser humano dentro de las Matemáticas? ¿Cómo el conocimiento subjetivo del individuo llega a ser el conocimiento objetivo de las Matemáticas? ¿Cómo se refleja la Historia en la Filosofía de las Matemáticas? ¿Cuál es la relación de las Matemáticas con las otras áreas de experiencia y el conocimiento humano? ¿Por qué las teorías probadas por la Matemática pura llegan a ser tan potentes y útiles en sus aplicaciones a la ciencia y a los problemas prácticos?

El análisis de todos estos factores, permitirá considerar, además de los problemas internos de las Matemáticas -ontológicos y epistemológicos- exclusivamente tratados por el absolutismo, los aspectos externos, como su historia, la génesis, su práctica, etc.



## NATURALEZA DEL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO: SEGUNDA MITAD DEL SIGLO VEINTE

- En la segunda mitad del siglo XX, surgen nuevas corrientes acerca de la naturaleza de las Matemáticas que recuperan las posiciones no absolutistas (Intuicionismo) de la primera mitad del siglo.

- Dentro de estas corrientes que contemplan las Matemáticas desde una perspectiva descriptiva o naturalista, se sitúan una serie de tendencias más modernas que surgen desde una visión falibilista de las Matemáticas y que contemplan las necesidades e implicaciones sociales de las matemáticas, y examinan críticamente la estructura del conocimiento matemático adquirido por el ser humano inmerso en la sociedad.

- Estas tendencias son: el empirismo, el cuasi-empirismo, el convencionalismo y el naturalismo.



## NATURALEZA DEL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO: SEGUNDA MITAD DEL SIGLO VEINTE

**El empirismo** tiene sus raíces en diferentes autores del los siglos XVII y XVIII, Locke, Berkeley y Hume entre otros. La idea central es conceder a la experiencia humana la validez exclusiva como fuente del conocimiento.

Representa la opción más extrema de la consideración descriptiva de las Matemáticas. Esta corriente filosófica admite una visión de la naturaleza de las Matemáticas que descansa sobre la consideración de que las verdades matemáticas son generalizaciones empíricas. Así, los conceptos matemáticos tienen orígenes empíricos y las verdades matemáticas se derivan de las observaciones del mundo físico. Sus justificaciones provienen también de estas observaciones.



## NATURALEZA DEL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO: SEGUNDA MITAD DEL SIGLO VEINTE

**El cuasi-empirismo** es una corriente, relativamente reciente, surge de la enérgica oposición de su fundador -Imre Lakatos- al Logicismo y Formalismo.

- Esta corriente filosófica incluye la dimensión histórica de las Matemáticas, a partir de la cual se puede mostrar por qué se desarrollaron los conceptos y resultados particulares de las Matemáticas (Lakatos, 1978, 1981).

- Tiene más importancia para esta corriente filosófica la Matemática informal y práctica que la formal o acabada, y considera que la dialéctica conjetura-refutación, así como el uso constante de contraejemplos, constituyen la clave para la elaboración de teorías matemáticas informales.

- Davis y Hersh (1988) aportan al cuasi-empirismo de Lakatos la naturaleza cultural de las Matemáticas, tanto a los aspectos internos como a los externos de la misma.



## NATURALEZA DEL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO: SEGUNDA MITAD DEL SIGLO VEINTE

**El convencionalismo** tiene como principal representante a Wittgenstein (1978, op. cit. en Ernest 1991), quién ofrece una importante visión social de las Matemáticas y considera que el conocimiento matemático y la verdad están basados en convenios lingüísticos; en particular, que las afirmaciones de la lógica y las Matemáticas son analíticas, verdaderas en virtud del significado de los términos que utilizan. Su contribución clave estriba en reconocer las bases sociales y subjetivas de la certidumbre.



El **naturalismo**: sitúa el análisis de la naturaleza del conocimiento matemático no en los sistemas formales, sino en la actividad humana, capaz de hacer frente a situaciones nuevas y de generar procedimientos y conceptos que permitan el avance.

El **modelo evolutivo** de Wilder (1981), concibe las Matemáticas como una construcción humana enraizada en las culturas diversas, que se ha desarrollado en ellas un sistema según el modelo antropológico de un sistema cultural.

La **perspectiva realista y ecologista** de Kitcher (1984), muestra las Matemáticas como algo complejo, no abordable desde los entramados formales de conceptos y sistemas de teorías; muestra en la actividad matemática el carácter racional de los cambios en el desarrollo histórico de las Matemáticas.



19



### El constructivismo social

Postura filosófica sobre las Matemáticas, concebida con el fin de aglutinar las características esenciales de las corrientes filosóficas "sociales". Pretende servir de base para la conceptualización de una filosofía de la Educación Matemática (Ernest, 1989, 1991).

El objetivo central está en la génesis del conocimiento matemático más que en su justificación.

Desde el punto de vista del constructivismo social, el desarrollo del nuevo conocimiento matemático y la comprensión subjetiva de las matemáticas se derivan del diálogo y las negociaciones interpersonales, esto es, hacer y aprender matemáticas deben surgir a partir de procesos similares.



20



### Resumen:

- Los aspectos de racionalidad matemática que subyacen en la actividad matemática se conciben de formas diferentes en las dos grandes perspectivas adoptadas: la absolutista y la relativista.
- En la primera la racionalidad matemática surge como una propiedad de los sistemas formales.
- En la segunda se entiende como una propiedad de la empresa humana, y abre el horizonte de una racionalidad fuera de los ámbitos de la lógica formal y sustentada en la actividad de los matemáticos, en la historia y en el contexto socio-cultural.
- En el último cuarto del siglo XX, se ha desplazado el centro de interés desde las teorías matemáticas como productos acabados hacia la actividad matemática, entendida como una práctica social ( Wittgenstein, 1987; Lakatos, 1981 y 1986; Davis y Hersh 1988; Ernest, 1991, 1994 y 1998).



21



### Tres aspectos esenciales de la Matemática:

- La Matemática es un sistema conceptual lógicamente organizado y socialmente compartido. Esta organización lógica explica un gran número de dificultades y obstáculos en el aprendizaje.
- La Matemática es una actividad de resolución de problemas socialmente compartida. Problemas que pueden tener relación con el mundo natural o social o ser problemas internos de la propia disciplina. La respuesta a estos dos tipos de problemas explican la evolución y desarrollo progresivo de los objetos matemáticos (conceptos, teorías,...). La actividad de resolución de problemas es un proceso cognitivo complejo que ocasiona dificultades en el aprendizaje de la Matemática.
- La Matemática es un lenguaje simbólico característico y constituye un sistema de signos propios en el que se expresan los objetos matemáticos, los problemas y las soluciones encontradas. Como todo lenguaje, tiene funciones básicas y reglas de funcionamiento que dificultan el aprendizaje.



22



Los currículos de matemáticas en las diferentes reformas educativas: LGE (1970), LOGSE(1990) y LOCE (2002).

El Sistema Educativo español se ha caracterizado en los últimos treinta años por sucesivas reformas y cambios.

En todas las reformas, la Matemática aparece como una referencia obligada en el estudio y determinación de las finalidades de la educación en una etapa educativa.

Ahora bien, su carácter histórico y su consideración como un sistema de prácticas y de realizaciones conceptuales, ligadas a un contexto social e histórico concreto, son los elementos indispensables para este estudio y determinación de las finalidades de la educación matemática.



23



Las filosofías prescriptivas se reflejan en desarrollos de los currículos de matemáticas de algunos países.

Las matemáticas descansan en ciertos fundamentos -como, por ejemplo, la lógica- y ascienden desde la abstracción a la generalidad. La historia está separada del conocimiento matemático y de su justificación; el conocimiento matemático es un conocimiento puro y aislado que pasa a considerarse útil debido a su validez universal.

La enseñanza está basada en la transmisión de los conocimientos, considerando como básica la metáfora de la comunicación del conocimiento. El énfasis se pone en los contenidos y las dificultades que impiden un aprendizaje óptimo de los alumnos; surgen, de una pobre comprensión por parte de éstos, de los conocimientos que se le transmiten o de las exposiciones poco claras de los profesores.

Un ejemplo: el Currículum Nacional Británico, organizado mediante jerarquías que sirven para clasificar a los alumnos en clases sociales, razas, etc.



24



NATURALEZA DEL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO Y SUS IMPLICACIONES EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS EN LA EDUCACIÓN SECUNDARIA

Las filosofías descriptivas de la matemática tienen consecuencias didácticas.

La corriente intuicionista pone el énfasis en la exploración y resolución de problemas, la discusión de las tareas matemáticas, el desarrollo de investigaciones en las aulas, el respeto por las creaciones realizadas por los alumnos. Ernest (1991).

Los intuicionistas consideran que el alumno debe construir activamente sus significados, basándose en procesos constructivo y de conjetura, además de seguir considerando que existe un cuerpo correcto de conocimientos matemáticos que surgen de la construcción.

El papel del profesor es el de "facilitador" de la adquisición de los conocimientos y de "corrector" de las malas realizaciones de los alumnos.

Algunos aspectos negativos son: la excesiva protección de los alumnos, la ausencia de problemas relacionados con la vida real y extraídos del entorno social donde se desenvuelve el alumno.



NATURALEZA DEL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO Y SUS IMPLICACIONES EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS EN LA EDUCACIÓN SECUNDARIA

**El constructivismo social como concepción integradora señala que para llevar a cabo la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas es necesario:**

- Respetar tanto los conocimientos previos de los alumnos como los significados que adquieren.
- Construir el conocimiento a partir de los métodos que utilizan los alumnos, mediante una negociación.
- Considerar la inseparabilidad de las Matemáticas con sus aplicaciones y la importancia de la motivación y la relevancia.

Ernest (1994)



NATURALEZA DEL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO Y SUS IMPLICACIONES EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS EN LA EDUCACIÓN SECUNDARIA

El currículo de matemáticas de la LGE (1970)

Es una reacción a: "unos cuestionarios de matemáticas que estaban descontextualizados, transmitían una matemática polvorienta e invertibrada".

Pretende:

Retomar "una de las funciones fundamentales de la Matemática que es la de ordenar conocimientos y crear estructuras formales que las resuman y expresen"...

Centrar "La enseñanza de las Matemáticas en todos los niveles en el proceso de matematización de problemas, creación de sistemas formales, utilización de las leyes de estos sistemas para obtener unos resultados e interpretación de los mismos..."

Opta por presentar la Matemática como:

- Una disciplina fuertemente organizada y sistemática, con un excesivo predominio de los aspectos formales y estructurales.
- Basada en una metodología adaptada del programa logicista.



NATURALEZA DEL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO Y SUS IMPLICACIONES EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS EN LA EDUCACIÓN SECUNDARIA

En resumen:

El currículo de matemáticas de la LGE se fundamenta en el modelo tecnológico con tendencias conductistas sobre el aprendizaje, en el que lo esencial es la consecución de una serie de objetivos operativos y contenidos matemáticos susceptibles de ser observados y medidos.

Se trata de un currículo: Cerrado y Obligatorio, con contenidos fijos y que tienen finalidad en sí mismos.

La enseñanza – aprendizaje está centrada en el producto.

La evaluación está centrada en los resultados y se dirige especialmente a comprobar el nivel de adquisición de contenidos por parte de los alumnos.

...



NATURALEZA DEL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO Y SUS IMPLICACIONES EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS EN LA EDUCACIÓN SECUNDARIA

En este marco de la LGE surgen en España muchos movimientos de innovación que formulan nuevas propuestas que pretenden superar algunos de los rasgos más significativos de los currículos de Matemáticas anteriores: fundamentación conductista del aprendizaje, valoración esencialista del conocimiento, autoridad indiscutible del profesor, objetividad de la evaluación mediante las Matemáticas y, por tanto, legitimidad de la selección social fundada en ellas; sin embargo, esta visión crítica no se logró transmitir del todo al Sistema Educativo.

Para solucionar el problema era preciso replantearse las finalidades del currículo de Matemáticas, ajustándolas a las necesidades del ciudadano y de la sociedad actual....



NATURALEZA DEL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO Y SUS IMPLICACIONES EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS EN LA EDUCACIÓN SECUNDARIA

El currículo de Matemáticas de la LOGSE (1990)

La integración en la Comunidad Europea planteó a nuestro Sistema Educativo nuevas necesidades y demandas:

- Esfuerzos para mejorar la calidad de la enseñanza
- Reforma de la Educación Secundaria (ESO y Bachillerato)
- Disminuir las desigualdades educativas, debidas a causas sociales, culturales o económicas.

...

En este marco las Matemáticas además de una disciplina formal debe presentarse como un lenguaje que se manifiesta en todas las formas de expresión humana y como un derecho cultural esencial para todos los ciudadanos.



NATURALEZA DEL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO Y SUS  
IMPLICACIONES EN LA ENSEÑANZA DE LAS  
MATEMÁTICAS EN LA EDUCACIÓN SECUNDARIA

- El proceso de matematización de la cultura devuelve a la comunidad unas matemáticas que no son de ninguna manera ni propiedad, ni exclusividad de un sector o grupo cultural, es por ello, que la función tradicional asignada a las Matemáticas en el Sistema Educativo se modifica profundamente.
- El papel tradicional de las Matemáticas aparece cuestionado como instrumento para legitimar estatus sociales que generan divisiones entre el trabajo intelectual y manual.
- Emerge la función formadora de la Matemática como un conocimiento básico compartido, al menos hasta los dieciséis años.
- Es en este contexto donde surgió el movimiento “Matemáticas para todos”. Este movimiento tiene su origen en las reformas para la enseñanza de las Matemáticas emprendido por los Estados Unidos y Gran Bretaña en los años cincuenta, y que se extiende progresivamente a los demás países occidentales.



NATURALEZA DEL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO Y SUS  
IMPLICACIONES EN LA ENSEÑANZA DE LAS  
MATEMÁTICAS EN LA EDUCACIÓN SECUNDARIA

Resumen:

- El currículo de Matemáticas, especialmente para la ESO, hace una apuesta decidida por el aprendizaje significativo de los alumnos, donde el constructivismo se convierte en el modelo de referencia curricular. La construcción de sus aprendizajes la realiza el alumno de una manera integrada desde tres tipos de contenidos: conceptos, procedimientos y actitudes.
- El currículo permite un grado máximo de apertura y flexibilidad, convirtiendo a la vez en obligatorios determinados objetivos y contenidos (currículo básico), preservando la atención a la diversidad de los alumnos, a sus diferencias y singularidades, y potenciando la evaluación formativa como instrumento para dinamizar el progreso de los alumnos, orientando y facilitando la construcción de nuevos aprendizajes a partir de los conocimientos previos.



NATURALEZA DEL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO Y SUS  
IMPLICACIONES EN LA ENSEÑANZA DE LAS  
MATEMÁTICAS EN LA EDUCACIÓN SECUNDARIA

- El currículo de Matemática propone el desarrollo de capacidades de orden superior como la identificación y resolución de problemas, el desarrollo del pensamiento crítico y el uso de estrategias de naturaleza metacognitiva.
- La evaluación se dirige además de comprobar el nivel de adquisición de contenidos por parte de los alumnos a analizar todos los elementos del currículo para armonizar su desarrollo (alumnos, centro, profesores, entorno, ...).
- Igualmente la metodología está organizada no sólo con la finalidad de optimizar la adquisición de contenidos sino que pretende conseguir situaciones significativas de aprendizaje y de comunicación, favoreciendo la creatividad y autonomía del alumno.



NATURALEZA DEL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO Y SUS  
IMPLICACIONES EN LA ENSEÑANZA DE LAS  
MATEMÁTICAS EN LA EDUCACIÓN SECUNDARIA

El currículo de matemáticas de la LOCE (2002)

Tomaremos como referencia estos currículos:

- *Real Decreto 3473/2000, de 29 de Diciembre*, por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria.
- *Real Decreto 3474/2000, de 29 de Diciembre*, por el que se establecen las enseñanzas mínimas del Bachillerato.

Motivo:

Las Matemáticas de la Educación Secundaria se encuentran en una fase de cambio motivada, en parte, por las reacciones y reajustes que tienen lugar en la propia Matemática, y, en especial, como consecuencia directa del empuje innovador que ofrecen las herramientas informáticas y de la información, tan presentes en nuestra realidad más inmediata.



NATURALEZA DEL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO Y SUS  
IMPLICACIONES EN LA ENSEÑANZA DE LAS  
MATEMÁTICAS EN LA EDUCACIÓN SECUNDARIA

En esta propuesta destaca:

- Equiparación entre contenidos de conceptos y de procedimientos, los cuales han de ser tratados con suficiente rigor formal a lo largo de la Etapa, no así los contenidos de actitudes que se eliminan.
- Incorporar al Currículo de Matemáticas el uso de todos aquellos recursos tecnológicos (calculadoras y programas informáticos) adecuados para interpretar y para analizar situaciones diversas relacionadas con los números, con el álgebra lineal, con el análisis funcional o con la estadística.
- Adaptar los contenidos matemáticos a las necesidades que requieren otras materias para su desarrollo, especialmente del ámbito científico-tecnológico.
- Considerar la resolución de problemas como una práctica constante y paralela al proceso de enseñanza/aprendizaje, no como un Bloque de Contenidos.



NATURALEZA DEL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO Y SUS  
IMPLICACIONES EN LA ENSEÑANZA DE LAS  
MATEMÁTICAS EN LA EDUCACIÓN SECUNDARIA

Modificaciones que afectan a los objetivos:

Se eliminan objetivos relacionados con el desarrollo de la personalidad del alumno, la actitud crítica, y su afectividad e interés por la disciplina.

Por ejemplo los Objetivos

9): “Apreciar el desarrollo de las Matemáticas como un proceso cambiante y dinámico, íntimamente relacionado con otras ramas del saber, mostrando una actitud flexible y abierta ante las opiniones de los demás”.

3): Elaborar juicios y formar criterios propios sobre fenómenos sociales y económicos, utilizando tratamientos matemáticos, y expresar críticamente opiniones, argumentos con precisión y rigor y aceptando las discrepancias y los puntos de vista diferentes.

Se sustituyen por otros vinculados al empleo de las nuevas tecnologías y vías de información.



NATURALEZA DEL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO Y SUS IMPLICACIONES EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS EN LA EDUCACIÓN SECUNDARIA

Las modificaciones que afectan a los contenidos:

- La resolución de problemas deja de ser considerada como un Bloque y pasa a ser tratada de forma transversal.
- En las Matemáticas I del Bachillerato algunos contenidos son suprimidos, manipulación de expresiones algebraicas básicas, notación científica, números racionales e irracionales, probabilidad compuesta, significado y uso de variables estadísticas discretas y continuas, e integrados en el Currículo de 4º de la ESO.
- Se introducen nuevos contenidos: aplicación del Método de Gauss a la resolución e interpretación de sistemas de ecuaciones lineales sencillos; se propone un tratamiento más profundo de la topología de la recta real.
- Se trasladan a Matemáticas I contenidos que antes se abordaban en el Currículo de Matemáticas II: derivada de una función, lugares geométricos en el plano y cónicas.



NATURALEZA DEL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO Y SUS IMPLICACIONES EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS EN LA EDUCACIÓN SECUNDARIA

Estas modificaciones pretenden incorporar al Currículo de Matemáticas aquellos conceptos y procedimientos que tienen más valor para la época actual. Resaltando los aspectos utilitarios de la matemática e incorporando los recientes avances tecnológicos.

A costa de sacrificar los aspectos formativos y formular una propuesta más deshumanizada del currículo, propiciando más el desarrollo de las capacidades cognitivas (donde se incluyen las que tienen que ver con el manejo de las nuevas tecnologías y vías de información) en detrimento de las afectivas, las relaciones interpersonales y las de actuación e inserción social, pese a ser estas últimas las que favorecen la autorrealización del sujeto.



NATURALEZA DEL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO Y SUS IMPLICACIONES EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS EN LA EDUCACIÓN SECUNDARIA

En resumen encontramos:

- Dos formas diferentes de entender las matemáticas curriculares: "como la apropiación de un saber constituido y acabado" o "como un proceso de construcción y de abstracción de relaciones, progresivamente más complejas, elaboradas en, y, a partir, de la actividad del alumno".
- Que el currículo de la LGE nos presenta unas Matemáticas formada por objetos ya construidos que hay que dominar.
- Que el currículo de la LOGSE nos presenta unas matemáticas que se configuran como una forma de pensamiento abierto, en el que se deja cierto margen a la creatividad personal fomentando su ejercitación individual.
- Que el currículo propuesto por la LOCE pretenden dar una visión de la matemática más acorde con la realidad actual, en la que las nuevas tecnologías tienen un protagonismo especial a costa de restar importancia a la adquisición de capacidades vinculadas al desarrollo personal del alumno.



LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA EDUCACIÓN PRIMARIA

Calidad de las matemáticas que se estudian en la Educación Secundaria (12-18 años)

En relación con la Educación Primaria, se analizan y comparan los resultados obtenidos en Matemáticas por alumnos de doce años, sexto de EGB (INCE, 1995), y sexto de Primaria (INCE, 1999).

- INCE (1999). "Evaluación de la Educación Primaria. Fallos y dificultades de los alumnos en la Prueba de Matemáticas". <http://www.ince.mec.es>

- INCE (1995). "Evaluación de la Educación Primaria. Lo que aprenden los alumnos de 12 años".

<http://www.ince.mec.es/prim/matenup.htm>



LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA EDUCACIÓN PRIMARIA

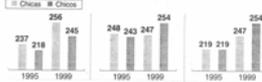
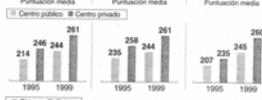
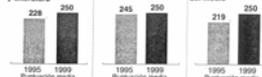
Comparativa de evaluaciones de primaria

Comparación entre los resultados de las evaluaciones de los años 1995 (sexto curso de educación general básica) y 1999 (sexto de educación primaria). Los alumnos tienen 11 años en ambos casos.

RESULTADOS DE LAS EVALUACIONES

Media global 250 puntos

• Lengua Castellana y Literatura • Matemáticas • Conocimiento del medio



LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA EDUCACIÓN PRIMARIA

Las deficiencias que presentan estos alumnos en Matemáticas son muy notorias, como por ejemplo:

- El 50% de los alumnos considera que el número formado por 5 unidades, 6 decenas y 2 centenas es mayor que el formado por 3 centenas y 2 unidades. El 43% responde correctamente.
- Un 50% de alumnos tiene dificultades para trabajar con números decimales y con porcentajes, y casi las tres cuartas partes tienen dificultades para comprender el concepto de fracción y operar con fracciones.
- Más del 60% de los alumnos tiene dificultades para transformar tres unidades diferentes de una misma magnitud en una sola y realizar, posteriormente, una operación sencilla de suma, resta, multiplicación o división.
- Análogos niveles de dificultad se encuentran en los otros bloques de contenidos.



LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA  
EDUCACIÓN PRIMARIA

La comparación de las dos pruebas además de constatar nuevamente las dificultades que presentan nuestros alumnos en el aprendizaje de las Matemáticas en esta Etapa Educativa, nos muestra, sin embargo, que globalmente los alumnos de sexto de Primaria en 1999, mejoran en sus aciertos en Matemáticas en relación con los resultados que obtenían los alumnos de sexto de EGB en 1995, aunque esta mejora no es ciertamente significativa y supone de hecho pasar de un 58% de aciertos en la Primera prueba a un 59% de aciertos en la segunda.

Igualmente la comparación de estas pruebas muestra también que los centros públicos han experimentado una cierta mejoría en relación a los centros privados en las tres áreas objeto del estudio: Lengua Castellana y Literatura, Matemáticas y Conocimiento del Medio.



LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA  
EDUCACIÓN SECUNDARIA OBLIGATORIA

Lapointe, A.E.; Mead, N.A. y Philips, G.W. (1989). *Un mundo de Diferencias. Un Estudio Internacional de Evaluación de las Matemáticas y las Ciencias*. Madrid: MEC-CIDE.

López, J.A. y Moreno, M.L. (1997). *Resultados de Matemáticas. Tercer Estudio Internacional de Matemáticas y Ciencias (TIMSS)*. MEC. Madrid.

<http://www.ince.mec.es/timss/completo.htm>

- NCES (2001). *Outcomes of Learning. Results From the 2000 Program for International Student Assessment of 15-Year-Olds in Reading, Mathematics, and Science Literacy*. PISA 2000. <http://nces.ed.gov/pubs2002/2002115.pdf>



LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA  
EDUCACIÓN SECUNDARIA OBLIGATORIA

*Un mundo de Diferencias. Un Estudio Internacional (1988)*

**Participan:** 5 países (Corea, España, Estados Unidos, Irlanda y Reino Unido), y 4 provincias canadienses

**Edad:** 13 años

**Muestra:** 2000x12, de 100 escuelas

**Prueba:** 1986, National Assessment of Educational Progress (NAEP) de los Estados Unidos

**Organismo:** International Assessment of Educational Progress (IAEP):

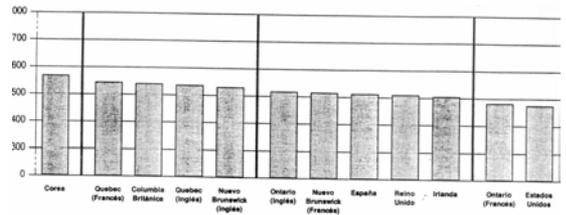
2ª Evaluación con alumnos de 9 y 13 años (1991)

**Habilidad Media en Matemáticas:** Se expresa en una escala que va de 0 a 1000, con una media de 500 y una desviación típica de 100.



LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA  
EDUCACIÓN SECUNDARIA OBLIGATORIA.

*Un mundo de Diferencias. Un Estudio Internacional (1988)*



\* Las diferencias de rendimiento entre los cuatro grupos son estadísticamente significativas al nivel .05; las diferencias de rendimiento dentro de los grupos no son estadísticamente significativas. Los errores típicos obtenidos por el método jackknife se muestran entre paréntesis.



LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA  
EDUCACIÓN SECUNDARIA OBLIGATORIA.

*Un mundo de Diferencias. Un Estudio Internacional (1988)*

España se sitúa en torno a la media 511.7 (4.6), frente a Corea que ocupa el punto más alto con 567.8 (2.7) y Estados Unidos se sitúa en el punto más bajo 473.9 (4.5).

En España el 99% de los alumnos de esta edad realiza operaciones de sumar y restar números naturales, el 91% realiza problemas simples de un sólo paso, el 57% problemas aritméticos de dos pasos y solo el 12% está en disposición de entender los conceptos propios de este nivel educativo (séptimo de EGB) (Lapointe, Mead y Philips, 1989).



LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA  
EDUCACIÓN SECUNDARIA OBLIGATORIA.

TIMSS - 1995

**Participan:** 41 países

**Duración del Estudio:** 1991-1997

**ESPAÑA**

**Edad:** 7º y 8º (13 – 14 años)

**Muestra:** 7596= 3855+3741, de 153 Centros

**Organismo:** The International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA):

-FIMS (1964)

- SIMS (1980-82)



LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA  
EDUCACIÓN SECUNDARIA OBLIGATORIA.  
TIMSS - 1995

España participa en el año 1995, en el Tercer Estudio Internacional de Matemáticas y Ciencias (Third International Mathematics and Science Study), brevemente TIMSS, con alumnos de 13 y 14 años (7º y 8º de EGB) y con otros 40 países más. Los resultados de España se sitúan en esta ocasión por debajo de la media, el porcentaje internacional de aciertos en 8º de EGB es de 55% y de 7º es de 49%, mientras que en España son 51% y 42%, respectivamente (López y Moreno, 1997 y 1998). Se constata, nuevamente, las dificultades que presentan los alumnos de estas edades en Matemáticas.



LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA  
EDUCACIÓN SECUNDARIA OBLIGATORIA  
TIMSS - 1995

Alumnos de 8.º		Alumnos de 7.º	
País	%	País	%
Singapur	79	Singapur	73
Japón	73	Japón	67
Corea	72	Corea	67
Hong Kong	70	Hong Kong	65
Bélgica (F)	66	Bélgica (F)	65
Rep. Checa	66	Rep. Checa	57
Eslovaquia	62	Austria	56
Suiza	62	Bulgaria	55
Austria	62	Holanda	55
Hungría	62	Bélgica (Fr.)	54
Francia	61	Eslovaquia	54
Eslovenia	61	Hungría	54
Rusia	60	Irlanda	53
Holanda	60	Suiza	53
Bulgaria	60	Rusia	53
Canadá	59	Eslovenia	53
Irlanda	59	Australia	52
Bélgica (Fr.)	59	Tailandia	52
Australia	58	Canadá	52
Tailandia	57	Francia	51
Israel	57	Alemania	49
Suecia	56	EE UU	48
Alemania	54	Inglaterra	47
N. Zelanda	54	Suecia	47
Noruega	54	N. Zelanda	46
Inglaterra	53	Esocia	44
EE UU	53	Noruega	44
Dinamarca	52	Letonia	44
Esocia	52	Dinamarca	44
Letonia	51	Rumanía	43
Islandia	50	España	42
Grecia	49	Chipre	42
Rumanía	49	Grecia	40
Lituania	48	Lituania	38
Chipre	48	Portugal	37
Irán	43	Irán	32
Irán	38	Colombia	26
Kuwait	30	Sudáfrica	23
Colombia	29	Sudáfrica	24
Sudáfrica	24	Internacional	55
Internacional	55	Internacional	49



LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA  
EDUCACIÓN SECUNDARIA OBLIGATORIA  
PISA - 2000

Participan: 28 + 4 países

Año del Estudio: 2000

Edad: 15 años

Muestra: 265000 alumnos (ESPAÑA, 6214)

Organismo: Organización para la Cooperación y Desarrollo Económico (OCDE).



LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA  
EDUCACIÓN SECUNDARIA OBLIGATORIA  
PISA - 2000

Los alumnos de 15 años

Puntuación media en los 500 ítems

País	COMPRESIÓN DE LA ESCRITURA		
	MATEMÁTICA	CULTURA	CULTURA CONTINUA
1 Finlandia	545	Japón	537
2 Corea	534	Corea	547
3 N. Zelanda	528	N. Zelanda	537
4 Australia	528	Finlandia	535
5 Islandia	527	Australia	523
6 Corea	525	Canadá	523
7 R. Unido	523	Suiza	529
8 Japón	520	R. Unido	529
9 Suecia	514	Francia	500
10 Australia	507	Francia	517
11 Suecia	507	Austria	518
12 Islandia	507	Dinamarca	514
13 Noruega	505	Suecia	514
14 Francia	505	Lebanón	514
15 EE. UU.	504	Suecia	510
16 Dinamarca	497	Irlanda	503
17 Suiza	494	Noruega	499
18 España	492	Rep. Checa	498
19 Rep. Checa	492	EE. UU.	493
20 Suiza	492	Alemania	490
21 Alemania	484	Polonia	488
22 Liechtenstein	483	Países Bajos	478
23 Hungría	480	España	478
24 Polonia	478	Dinamarca	473
25 Grecia	474	Letonia	483
26 Portugal	470	Italia	487
27 Rusia	465	Portugal	464
28 Letonia	458	Grecia	447
29 Luxemburgo	441	Luxemburgo	445
30 México	425	México	427
31 Brasil	396	Brasil	375



LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA  
EDUCACIÓN SECUNDARIA OBLIGATORIA  
PISA - 2000

La evaluación en el marco del Proyecto PISA ( Proyecto Internacional para la Producción de Indicadores de Resultados Educativos de los Alumnos) de la OCDE (Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico).

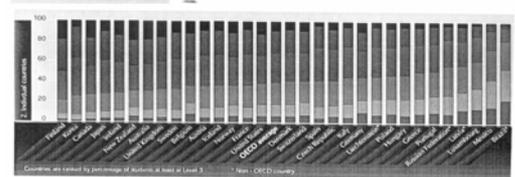
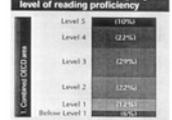
Sitúa a España (476 puntos) en relación con la cultura matemática por debajo de la media que está en torno a los 500 puntos; en los primeros lugares figuran Japón y Corea con 557 y 547 puntos, respectivamente.

Nuevamente se constata las dificultades de los alumnos para el conocimiento matemático, de los que un 20% no alcanza el nivel mínimo y sólo un 9% alcanza el nivel de excelencia (NCES, 2001).



LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA  
EDUCACIÓN SECUNDARIA OBLIGATORIA  
PISA - 2000

Percentage of students by highest level of reading proficiency



LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA  
EL BACHILLERATO

**Estudio:** Habilidades básicas en Matemáticas de alumnos que inician los estudios de Magisterio (Hernández, Noda, Palarea y Socas, 2003).

**Participan:** Universidades de Extremadura, Granada, Huelva, La Laguna, Las Palmas de Gran Canaria, Murcia y Zaragoza.

**Duración del Estudio:** 2000-2002

**Edad:** 18-19 años

**Muestra:** 883

**Organismo:** Área de Didáctica de la Matemática de las Universidades de La Laguna y Las Palmas de Gran Canaria.

55



LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA  
EL BACHILLERATO

El estudio muestra diferentes resultados en relación con los bloques de contenidos tratados: **Números y operaciones, Medida, Geometría, Análisis de datos, Estadística y Probabilidad y Resolución de problemas,**

En el bloque de **Números y Operaciones**, los alumnos presentan grandes dificultades en los problemas relacionados con la proporcionalidad, así como en la realización de cálculos básicos en los distintos campos numéricos (fracciones, decimales, ...).

56



LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA  
EL BACHILLERATO

En el bloque de **Medida** se observa que los alumnos presentan confusión en los conceptos de longitud de un segmento, perímetro, área y volumen, con especiales dificultades en la asignación de las unidades correctas.

La confusión entre área y perímetro ha sido puesta de manifiesto en numerosas investigaciones anteriores. En esta investigación se ha detectado mayor dificultad en el cálculo del perímetro que en el del área; por ejemplo, le confieren el mismo perímetro a figuras que tienen la misma área.

57



LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA  
EL BACHILLERATO

En bloque de **Álgebra** los alumnos obtienen mejores resultados que en los otros bloques, aunque siguen siendo deficitarios; en esta situación siguen apareciendo errores relacionados con la interpretación de las letras, uso de paréntesis, ..., y con procedimientos: sacar factor común, uso de la propiedad distributiva, reglas de los signos, operaciones entre monomios, etc.

En **Análisis de datos, Estadística y Probabilidad**, el estudio muestra como los alumnos tienen dificultades para interpretar y resolver problemas sencillos sobre probabilidad, así como para interpretar y representar gráficas y códigos.

58



LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA  
EL BACHILLERATO

La resolución de problemas nos muestra que alumnos de 18 años tienen todavía la tendencia a operar con los datos del problema, sin mostrar una clara comprensión del mismo y sin identificar las relaciones conceptuales que se dan entre los datos, dando muchas veces soluciones que no pueden ser válidas para las condiciones del problema, lo que evidencia también una falta de pensamiento crítico.

59



LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA  
EL BACHILLERATO

En este estudio aparecen los bloques de "Números y operaciones" y "Medida", como los que plantean mayores dificultades a los alumnos.

Este estudio, al igual que los anteriores, sigue mostrando las enormes deficiencias que presentan los alumnos en conocimientos básicos en Matemáticas, pero no se encuentran diferencias significativas respecto a sus conocimientos básicos y los errores que cometen, según su procedencia curricular Bachillerato LOGSE o COU, e incluso según la modalidad: letras o ciencias.

60



## LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA. UN EJEMPLO: EL BACHILLERATO

Estas breves referencias a diferentes evaluaciones nacionales e internacionales, muestran que los resultados obtenidos en Matemáticas son ciertamente modestos, y, todos ellos son similares en las diferentes evaluaciones realizadas en Matemáticas en los últimos veinte años. Hemos de señalar que estos preocupantes niveles de dificultad que presentan los alumnos son un grave problema de nuestro Sistema Educativo que se ha ido arrastrando a lo largo de las diferentes reformas educativas.

## NATURALEZA DEL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO Y SUS IMPLICACIONES EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS EN LA EDUCACIÓN SECUNDARIA

### Formación del profesorado de matemáticas de Secundaria

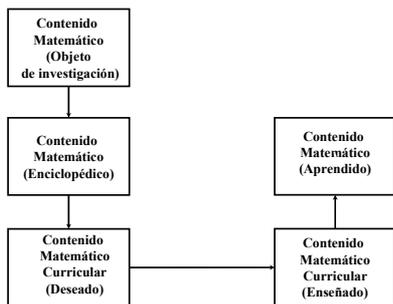
Las reformas educativas plantean modificaciones profundas en el modo usual de enseñar Matemáticas. Los cambios curriculares afectan a las múltiples dimensiones del currículo.

Organizar un currículo de Matemáticas para los estudiantes, se puede describir desde diferentes puntos de vista:

-La tradición alemana llama "Elementarización", a la transformación activa de un contenido matemático a formas más elementales con un doble sentido: ser fundamental y accesible para los grupos de estudiantes que lo recibían (Biehler et al., 1994).

-La tradición francesa describe este proceso con la teoría de la "Transposición Didáctica", Chevallard (1985), poniendo en evidencia las diferentes variables que intervienen en el paso del conocimiento matemático científico al conocimiento matemático deseado, susceptible de ser enseñado en una etapa educativa.

## NATURALEZA DEL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO Y SUS IMPLICACIONES EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS EN LA EDUCACIÓN SECUNDARIA



## NATURALEZA DEL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO Y SUS IMPLICACIONES EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS EN LA EDUCACIÓN SECUNDARIA

El contenido matemático curricular es definible en el dominio del contenido matemático enciclopédico, aunque él no es enseñado ni organizado bajo esa forma. Son mecanismos y organizaciones precisas las que deben asegurar su extracción del contenido enciclopédico y su inserción en el discurso didáctico.

El currículo de Matemáticas que el profesor debe implementar ha sido determinado por diversos agentes del macrosistema educativo, mediante un proceso que generalmente resulta desconocido al futuro profesor. El currículo está organizado por una lista de contenidos que están relacionados con las capacidades que se pueden desarrollar e inmerso en una concepción determinada de entender la enseñanza y el aprendizaje, así como el proceso de evaluación. El futuro profesor debe reflexionar sobre este currículo, asimilarlo en su globalidad, en su coherencia, en su finalidad, y hacer sobre el mismo, una interpretación personal.

## NATURALEZA DEL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO Y SUS IMPLICACIONES EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS EN LA EDUCACIÓN SECUNDARIA

Los problemas de las reformas educativas están relacionados con los nuevos objetivos de la Educación Matemática:

- Preparar a los estudiantes para una función social: análisis de procesos e interpretación de resultados
- Preparar a los estudiantes para una educación futura: necesidad de unas Matemáticas aplicadas a las distintas áreas (biología, economía ...)
- Desarrollar una nueva visión de la enseñanza y aprendizaje: los estudiantes aprenden por sí mismos
- Tratar nuevos conceptos matemáticos: grafos, matrices, problemas de optimización, análisis exploratorio de datos ...
- Usar nuevas tecnologías que han dado un impulso diferente al Área: programas de ordenador, calculadoras gráficas ... (De Lange, 1993).

## NATURALEZA DEL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO Y SUS IMPLICACIONES EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS EN LA EDUCACIÓN SECUNDARIA

Ahora bien, ¿qué conocimientos ayudan al profesor de Matemáticas a desarrollar con garantías estas propuestas curriculares?

Es cierto que pocos profesores de Matemáticas tienen una formación adecuada respecto a lo que están enseñando en términos de un conocimiento matemático como proceso, es decir, como un conocimiento que debe ser contextualizado y que tiene relaciones con las sociedades y culturas donde nace y se arraiga.

La tendencia más común es considerar el conocimiento matemático como un producto acabado, que implica abordar el conocimiento en su fase actual, descontextualizado, basado en el análisis lógico, donde las relaciones se establecen sólo a nivel de conceptos matemáticos.

Esta concepción es insuficiente para desarrollar las propuestas curriculares de Matemáticas en la Educación Secundaria.

NATURALEZA DEL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO Y SUS  
IMPLICACIONES EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS  
EN LA EDUCACIÓN SECUNDARIA

Las tres reformas educativas: LGE, LOGSE y LOCE, plantean las exigencias de un título profesional para el profesorado de Educación Secundaria.

- La LGE determina para el profesorado de Secundaria (artículo 102): ... “Una formación Pedagógica adecuada a cargo de los Institutos de Ciencias de la Educación” ...

Curso de Aptitud Pedagógica (CAP)

-La LOGSE determina para el profesorado de Secundaria (artículos 24.2, 28, y 33.1): ... “La exigencia de un título profesional de especialización didáctica, obtenido mediante la realización de un Curso de Cualificación Pedagógica (CCP)” ...

-- La LOCE determina igualmente para el profesorado de Secundaria (artículo 58): ... “La exigencia de un título profesional de especialización didáctica” ...



NATURALEZA DEL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO Y SUS  
IMPLICACIONES EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS  
EN LA EDUCACIÓN SECUNDARIA

Consideraciones finales

Las diferentes reformas están condicionadas especialmente por la extensión de la Educación Obligatoria hasta los 16 años y esto supone un cambio profundo en el funcionamiento del Microsistema Educativo, que afecta a todos los elementos que lo conforman, particularmente a los elementos sociocultural e institucional, que contextualizan este microsistema (cambios operados en la familia y en la vida de los niños y adolescentes,...), y a los referentes de este microsistema (alumnos, profesores y contenidos matemáticos).



NATURALEZA DEL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO Y SUS  
IMPLICACIONES EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS  
EN LA EDUCACIÓN SECUNDARIA

Todo ello nos lleva a una reflexión necesaria sobre el papel cultural y social de la Matemática en la Educación Secundaria.

Las breves referencias a los resultados de diferentes evaluaciones nacionales e internacionales mostradas son suficientemente significativas y ponen de manifiesto que el problema del aprendizaje de las Matemáticas es un problema de “más calado” que la simple comparación entre un modelo educativo y otro.



NATURALEZA DEL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO Y SUS  
IMPLICACIONES EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS  
EN LA EDUCACIÓN SECUNDARIA

Es necesario abordar en profundidad toda la problemática asociada a todas y cada una de las componentes del microsistema educativo, en lugar de plantearnos la discusión sobre la calidad de la Educación Matemática sólo en términos de comparación de modelos educativos. Una de estas componentes es la formación del profesorado de la Educación Secundaria, que no ha tenido un tratamiento adecuado en ningún momento en la historia de este país.

Es importante propiciar, organizar y coordinar la formación inicial y continua del profesorado. El modelo de formación debería ser objeto de un debate abierto con todos los implicados: Departamentos de Didáctica de las Matemáticas; de Matemáticas; Profesores de Matemáticas de los niveles no universitarios, a través de las diversas organizaciones existentes; Investigadores en Educación Matemática; Sociedades profesionales de Matemáticas, responsables educativos de las Administraciones Públicas, etc.

