La investigación en Matemáticas, ¿para qué?

José M. Méndez Pérez

Catedrático de Análisis Matemático
Departamento de Análisis Matemático
Universidad de La Laguna

Introducción

Bajo el título de esta conferencia alguien podría sospechar que se esconde la dicotomía matemáticas puras y matemáticas aplicadas, ya que parece que se pregunta si la investigación matemática tiene que tener un *para qué*, es decir, una utilidad inmediata. Y ciertamente es así, pero no en un sentido de enfrentamiento, de exclusión, sino como aspectos diferentes de una misma ciencia. Siempre hablaré de *matemáticas,* así en plural, no para poner en duda su unidad como cuerpo científico, sino para incluir todo tipo de actividad matemática.

Dividiré mi intervención en tres partes. En la primera se analizará el origen y la evolución de las matemáticas, haciendo un somero repaso de su historia; en la segunda se expondrá la visión que algunos matemáticos excepcionales tienen sobre la investigación en este campo y, finalmente, en la tercera se ilustrará la presencia de las matemáticas en diversos dominios, algunos de ellos insospechados hasta no hace tanto tiempo.

Origen y evolución de las matemáticas

Las matemáticas es la ciencia más antigua. El hombre prehistórico ya hacía marcas en los árboles para contar el número de cabezas de sus rebaños. Al pasar del paleolítico al neolítico, se crea una nueva organización familiar, social y económica que demanda una mayor precisión en el contar y el medir. Nadie puede discutir este origen empírico de las matemáticas.

En la antigua Babilonia, los sacerdotes y alguna clase funcionarial se aprovecharían de sus conocimientos matemáticos para ocupar un lugar privilegiado en la sociedad mesopotámica, por sus conocimientos elementales de aritmética, geometría y astronomía.

Algo parecido puede decirse del antiguo Egipto. Los escribas serían unos personajes relevantes en la corte de los faraones (del 3000 al 1600 a. de C.). Sus conocimientos primitivos de las matemáticas harían de ellos personajes claves en el funcionamiento del entramado socio-económico de los antiguos egipcios. Podían medir el tamaño de los terrenos, la cantidad de cereales recolectados en las cosechas, los tributos a pagar a los faraones, …

Incluso en Grecia, los orígenes de las matemáticas están muy apegados a la realidad cotidiana: el comercio, el reparto de las herencias, la agrimensura, ... Algo similar ocurre en la otra gran cultura de la antigüedad, en China. En el libro *"Los nueve capítulos del arte de las matemáticas"* (siglo I a. de C.), donde se presentan problemas prácticos y sus soluciones, se puede observar el carácter calculista y utilitario de las matemáticas chinas de entonces.

Fue en Grecia, en un contexto cultural propicio, donde las matemáticas iban a experimentar un cambio profundo. Este cambio se inició con Tales de Mileto y Pitágoras y alcanzó su máximo esplendor entre los siglos V y III a. de C. Allí, bajo el influjo de la filosofía y de la dialéctica, las matemáticas se encaminaron hacia una mayor abstracción y rigor.

Platón consideraba que la enseñanza de las matemáticas era fundamental en la educación de los ciudadanos y de los dirigentes de las "polis". Aristóteles veía las matemáticas como un ejercicio intelectual, basado en la lógica, y destacaba su sentido estético al propio tiempo que su inviabilidad para estudiar la naturaleza [7].

Esta nueva forma de entender las matemáticas se plasma en la monumental obra *"Los Elementos"*, de Euclides (unos 300 años a. de C.), de clara reminiscencia platónica. En esta obra, una de las más editadas y que fue durante 2000 años libro de texto, se recopila todo el saber matemático de esa época y constituye el primer ejemplo de un modelo axiomático-deductivo. Básicamente consiste en establecer unas nociones básicas, fijar unos axiomas o postulados y, a partir de aquí, hay que demostrar todos los enunciados matemáticos únicamente con la ayuda de la lógica.

Sin embargo, Arquímedes (287-212 a. de C.) – verdadero precursor del cálculo infinitesimal – sin renunciar al rigor – como queda de manifiesto en las extraordinarias deducciones de algunas áreas y volúmenes que obtuvo – aplicó las matemáticas al estudio de la mecánica y de la óptica. Fue incluso considerado un héroe por su pueblo, ya que aprovechó sus descubrimientos en diferentes ramas de la física para construir artilugios que fueron utilizados para repeler los ataques romanos a su Siracusa natal (en la Magna Grecia, hoy Sicilia).

Parece, por tanto, que desde un principio está presente esa dicotomía, esa dualidad de las matemáticas. Retengamos estos personajes en la memoria y veamos si encontramos algún paralelismo con otros más cercanos en el tiempo a nosotros.

Tras el largo paréntesis de la Edad Media, se reabre la esperanza en las ciencias con Galileo Galilei (1564-1642) – fundador de la física moderna, basada en la experimentación y la modelización matemática – que afirmaba que no se podía entender la naturaleza si no se dominaba su lenguaje, las matemáticas. Por otra parte, Isaac Newton (1642-1727) y Gottfried W. Leibniz (1646-1716) crearon casi a la vez, pero independientemente, el moderno cálculo infinitesimal. Los diferentes miembros de la saga familiar de los Bernoulli hicieron asimismo meritorias aportaciones a las matemáticas. Todo el siglo XVIII está iluminado por extraordinaria figura de Leonhard Euler (1707-1783), uno de los matemáticos más prolíficos de todos los tiempos y que realizó notables incursiones en todos los campos de las matemáticas, sin olvidar tampoco la física.

Karl Friedrich Gauss (1777-1855), un matemático excepcional, que decía de sí mismo que era un matemático completo (incluía la física-matemática), puede ser considerado el primer rigorista moderno. A su precocidad, Gauss une una portentosa creatividad. A los doce años Gauss ponía en tela de juicio los fundamentos de la geometría euclídea, y a los dieciséis ya vislumbraba una geometría diferente de aquélla. A diferencia de otros matemáticos, Gauss realizó sus trabajos con austeridad, eliminando todos los resultados insustanciales después de interminables correcciones, ajustando todos los detalles a la perfección, con el máximo rigor. Gauss sólo quería legar a la posteridad obras de arte, consumadas, perfectas. En su sello figuraba un árbol con unos pocos frutos y la divisa *"Pauca sed matura"* ("Pocos pero maduros"). Según Gauss las matemáticas es la reina de las ciencias y la teoría de números, la reina de las matemáticas.

Señalemos que el quinto postulado de Euclides, el de las rectas paralelas, casi desde su publicación, originó mucha polémica. Se pretendió, sin éxito, demostrar que era una consecuencia de los otros postulados. Todo lo contrario, si este postulado era sustituido por otro radicalmente diferente, se obtenían geometrías tan válidas como la euclídea. Gauss, junto con otros matemáticos , J. Bolyai y G.F.B. Riemann, fueron los introductores de otras geometrías.

Ya se necesitaba cimentar las matemáticas. Los avances, como asegurábamos más arriba, fueron tales en cantidad y calidad que se precisaba hacer una revisión rigurosa de los mismos. Augustin-Louis Cauchy (1789-1857) contribuye a dar rigor al análisis matemático; K.T.W. Weierstrass (1815-1897) introduce la primera definición rigurosa de límite, un concepto fundamental de las matemáticas; G. Cantor (1845-1918) alumbra la teoría de conjuntos, que es la base y fundamento de las actuales matemáticas.

Sin embargo, esta teoría introduce paradojas que hacen tambalear los principios de las matemáticas. Surgen así las figuras de David Hilbert (1862-1943) y de B. Russell (1872-1970), que intentaron lograr la fundamentación de las matemáticas con la axiomatización y la lógica. Pero Kurt Gödel (1906-1978) muestra las limitaciones del método axiomático y establece que la consistencia de un sistema no puede garantizarse dentro del mismo sistema.

Pese a todo, las matemáticas es una ciencia que tiene muchas aplicaciones, amén de ser autosuficiente, como veremos en los siguientes párrafos.

Las matemáticas vistas por algunos célebres matemáticos

A continuación veremos la opinión, no siempre coincidente, que algunos matemáticos tienen de nuestra ciencia.

Godfrey Harold Hardy (nació en Inglaterra, 1877-1947) se consideraba un matemático puro: ¡el quinto mejor del Mundo!, según decía de sí mismo. Para él, un matemático es un creador, un inventor, como un poeta o un pintor, pero sus productos perdurarán más que los de éstos, porque se basan en ideas y no en palabras o colores, si bien coincide con ellos en el sentido estético.

Sus biógrafos concuerdan en que fue una persona rara, extravagante, pero extraordinariamente original y fecunda. Hacía gala de un ateismo que le llevaba a considerar a Dios como su enemigo personal. Otra de sus excentricidades más negativas fue su insistencia, hasta extremos inconcebibles, en negar la utilidad de las matemáticas. Para que, según Hardy, un tema matemático pudiera merecer ese calificativo tenía que ser inservible, inútil. Si era útil, si tenía aplicaciones, era feo; y cuanto más aplicado, más feo…, esto es, chocaba con su sentido estético de las matemáticas.

Decía en su obra *"Apología de un matemático"*, uno de los relatos más clarividentes sobre los procesos creativos del ser humano [3]: *"Nunca he hecho nada útil. Es probable que ninguno de mis descubrimientos haga, directa o indirectamente, para bien o para mal, el menor cambio en la amenidad del mundo…"*. Estos comentarios, en palabras de J.R. Newman [8], son un disparate, una salida de tono más de Hardy, quien era consciente de ello. La obra de Hardy, en parte en fructífera colaboración con J. Littlewood y en menor medida con S. Ramanujan, constituye una de las contribuciones más importantes a las matemáticas del siglo XX. No sólo sus resultados tienen aplicaciones en otras ramas de las matemáticas, lo cual a Hardy le contentaría, sino que hizo una contribución en genética (la conocida como Ley de Hardy-Weinberg) sobre la transmisión de caracteres mendelianos dominantes y recesivos en una población mixta, que ha resultado fundamental en el estudio de los grupos Rh de la sangre y en el tratamiento de la hemólisis en los recién nacidos, lo que disgustaría totalmente a Hardy. ¿Se revolverá por ello en su tumba? ¿Y si viera que la admirable función $\zeta(s)$, que tan buenos resultados ha dado en la determinación de la cantidad de primos menores que un número dado, en la Teoría de Números, y que aún guarda tantos secretos por descubrir, como la Conjetura de Riemann, se utiliza en pirometría, al investigar la temperatura de los hornos [8]? ¿Quién hubiera aventurado que los números primos tendrían aplicaciones, como comentaremos más adelante?

¿Cómo se hacen las matemáticas? ¿Cómo se inspira y elabora un matemático un teorema, introduce un concepto o define una nueva estructura? ¿Qué clase de cerebro y cuáles son los procesos mentales que lo permiten? ¿Cuáles son las claves de la creación matemática: la intuición, una gran capacidad para el razonamiento, un marcado sentido del rigor, un gran poder de concentración, una excelente memoria, …? Son cuestiones para los psicólogos y los filósofos, más que para ser abordadas por un matemático. Sin embargo, en un delicioso texto titulado *"Invención Matemática"*, expuesto como conferencia en la Sociedad Psicológica de París a principios del siglo XX, Jules Henri Poincaré (Francia, 1854-1912), analista y físico-matemático, otro de los matemáticos más brillantes de todos los tiempos se atrevió a abordar algunos de estos temas, claro está, más desde su propia experiencia como investigador matemático que como un especialista en aquellas materias.

En palabras de Poincaré [8] , *"la invención matemática es el acto en el que el espíritu humano parece necesitar menos del mundo exterior, en el que no actúa o no parece actuar más que por sí mismo, de manera que estudiando el proceso del pensamiento geométrico podemos esperar alcanzar la esencia del espíritu humano".*

Una buena memoria y una gran capacidad de concentración pueden ser virtudes apreciables en un matemático; pero también – por ejemplo – en un ajedrecista. Debe haber algo más. Como afirmaba Poincaré, que decía que no poseía una buena memoria, ésta no le fallaba en una demostración matemática difícil en la que se perdería la mayor parte de los jugadores de ajedrez. Para Poincaré la diferencia radica en que una demostración matemática no es una simple yuxtaposición de silogismos, son silogismos colocados en un determinado orden, y el orden en que están colocados estos elementos es más importante que los propios elementos [8].

Poincaré distingue una etapa central en la invención matemática, lo que denomina *apariencias de iluminación súbita*, que son frutos de un largo trabajo inconsciente anterior. En el análisis de una cuestión difícil pueden transcurrir semanas, meses, ... de desalentadora inoperancia, sin que se vislumbre el menor atisbo que nos acerque a la solución. Un buen día, y de repente, aparece en la mente la idea decisiva. Aclara Poincaré que esta etapa de inconsciencia no sería posible y fructífera si no fuera porque le antecede un periodo consciente y le sigue una etapa consciente. Durante esa primera etapa de trabajo consciente se crean infinidad de combinaciones, encargándose la etapa de iluminación de filtrar sólo las útiles, que tomarían consciencia en la última etapa, en la cual se ordenan los resultados, se enuncian los teoremas centrales, se hacen los cálculos, se escriben con cuidado las demostraciones, se comprueban dichos resultados y se estudian sus consecuencias.

Johann Von Neumann es otro matemático de primera fila, de origen húngaro, pero formación germana (1903-1957). Su campo de investigación abarca temas muy diversos, desde la lógica matemática, la teoría de conjuntos, la teoría de grupos continuos y la teoría de operadores, pasando por la física cuántica y la física de la energía, hasta participar en la construcción de aparatos computadores. Incluso llegó a participar en proyectos bélicos, como la construcción de la bomba atómica. Como se ve por su currículo, trata muchos aspectos de las matemáticas, desde los más abstractos y puros hasta los más aplicados. Un personaje, pues, con autoridad para hablar de matemáticas. Según Von Neumann, el hecho más característico de las matemáticas es su relación tan peculiar con las ciencias naturales. Casi todo el mundo, matemáticos o no, está de acuerdo con que las matemáticas no son una ciencia empírica, pero que ha estado y está muy ligada a la física y a otras ciencias de la naturaleza. Ello queda justificado, de una parte, por el hecho de que muchos de los mejores resultados alcanzados en las matemáticas modernas han sido motivados por las ciencias naturales y, de otra, por la matematización de las partes teóricas de dichas ciencias.

De acuerdo con Von Neumann, las matemáticas poseen una doble naturaleza: las matemáticas como cuerpo científico propio, independientes de otros campos, y las matemáticas relacionadas con las ciencias naturales.

Existen ejemplos que muestran de una forma contundente esta conexión entre matemáticas y realidad, entre matemáticas y ciencias experimentales. Nadie duda, como vimos anteriormente, que en las civilizaciones más antiguas – Babilonia, Egipto y Grecia – la geometría tuvo un origen empírico, como la física. Hasta que como consecuencia de la influencia del pensamiento filosófico griego, se convierte con Euclides – en sus Elementos – en una ciencia hipotético-lógico-deductiva. Otro ejemplo lo constituye el cálculo, cuyos orígenes también son empíricos. Recordemos los primeros intentos de realizar una integración.

Sería interesante que todos los matemáticos y, en general, todos los científicos, meditaran cómo Von Neumann visiona esa dualidad de las matemáticas (véase en [8] una traducción de su breve ensayo *"El Matemático"*): *"...es una aproximación relativamente buena a la verdad que las ideas matemáticas se originan en lo empírico, aunque su génesis sea larga y oscura. Pero una vez concebidas así, el asunto comienza a vivir una vida perculiar propia, y es mejor compararla a lo creativo, gobernado por motivos casi enteramente estéticos, que a cualquier otra cosa y, en particular, a una ciencia empírica"*. Pero advierte del peligro de que cualquier parte de las matemáticas se aleje mucho de su fuente empírica, ya que entonces se vuelve más y más en esteticismo puro, convirtiendo a la disciplina en un galimatías de detalles y complejidades. La geometría diferencial y la teoría de conjuntos fueron concebidas como disciplinas abstractas, no aplicadas, y sin embargo, una década después en el primer caso y un siglo más tarde en el segundo, han tenido fecundas aplicaciones en diferentes ramas de la física y en otros campos.

Presencia de las matemáticas en distintos campos

(A) La previsión meteorológica

Cuando un conciudadano ve y oye en los noticiarios de televisión la información del tiempo, habitualmente dada por una mujer atractiva, no piensa ni un instante que está ante un asunto extremadamente delicado, un problema multidisciplinar, en el que intervienen varias ciencias: la química, la física, la informática y también las matemáticas. En la elaboración de la previsión numérica del tiempo se divide la atmósfera en cajas cuadradas de lado cincuenta kilómetros y una altura que puede alcanzar varios centenares de metros, en cuyos centros se determinan los parámetros meteorológicos: presión, velocidad del viento, humedad, nubosidad,... Partiendo de un estado inicial de la atmósfera, conocido, se suministran todos los datos posibles a potentes ordenadores que, junto a las leyes de la física, dictaminarán cómo evolucionará el tiempo.

Aquí se presenta una primera gran dificultad: no es fácil establecer el estado inicial de la atmósfera. Porque, por una parte, las estaciones meteorológicas están establecidas en tierra y muy mal distribuidas – lo que dificulta de medición de datos en altitud – y, por otra, la alternativa – que serían los satélites – no permiten efectuar la medición de aquellos parámetros en el mismo instante en todos los puntos de la atmósfera.

Además, el célebre meteorólogo norteamericano Edward N. Lorenz demostró que la atmósfera es un sistema caótico, es decir, un error – por pequeño que sea – en el establecimiento de un estado inicial para la atmósfera se amplifica rápidamente en el transcurso del tiempo, abocándonos a cometer grandes errores. Por lo tanto, la previsión del tiempo a muy largo plazo se nos antoja imposible.

Afortunadamente, *la teoría de los sistemas dinámicos*, debida precisamente a uno de los matemáticos que hemos citado anteriormente, H. Poincaré, ha producido avances espectaculares, permitiendo dirimir qué regímenes de tiempo son estables y cuáles son inestables. En estos últimos casos se precisa una modelización probabilística, a fin de incorporar el carácter aleatorio de la previsión. Aquí interviene una teoría recién iniciada, la de las *ecuaciones en derivadas parciales estocásticas.*

(B) Las tarjetas bancarias

Cuando Carl Friedrich Gauss proclamó que la *Teoría de Números* es la reina de las matemáticas o cuando C.G.J. Jacobi, en su contestación a J.B.J. Fourier, afirmaba que una cuestión sobre números vale tanto como una cuestión sobre el sistema del mundo, ¿quién iba a sospechar que esta teoría, por ejemplo, la de los números primos tendría una utilidad práctica?

¿Quién no dispone de una o varias tarjetas bancarias: VISA, 4B, MasterCard, ClaveCard, …? Quizás algunos de los usuarios han oído que este tipo de tarjetas constituyen un rectángulo áureo, esto es, que la razón entre sus lados es el número de oro – que es un aspecto puramente estético – pero la inmensa mayoría ignora que en una cuestión fundamental – como es la seguridad – intervienen los números primos. En efecto, en los años 80 del siglo pasado el secreto de las tarjetas de crédito yacía en un método de encriptación en el que intervenía un número N muy grande, de centenares de cifras, que es el producto de dos inmensos números primos. Así pues, la seguridad de nuestras tarjetas estaba garantizada por un par de números primos grandes, ante la imposibilidad práctica de descomponer N en factores, en aquellos años (en Francia N tenía entonces 97 cifras [3]). Con el espectacular incremento de la potencia de cálculo de los ordenadores, hubo por cuestiones de seguridad que aumentar el número de cifras de N (en 2002 se utilizaban números N con casi el doble de cifras).

La *criptografía*, la ciencia de la codificación y descodificación, es hoy una parte pujante de las matemáticas. La codificación y descodificación de mensajes, el enviar mensajes que no pudiera interpretar el enemigo o intervenir y descifrar los que enviara el rival, son técnicas muy antiguas, milenarias quizás. Es sabido que el desciframiento de las máquinas alemanas Enigma por parte de los aliados en el transcurso de la Segunda Guerra Mundial desempeñó un importante papel en el desenlace del conflicto.

El método RSA (Rivest, Shamir y Adleman), basado en una clave de encriptación pública y otra de desencriptación secreta, constituye una notable mejoría del método anterior, si bien se fundamenta en lo mismo: la imposibilidad de descomponer números grandes en sus factores primos en un tiempo razonable o la posibilidad de hallar números primos de centenares, acaso millares, de cifras que permitirían formar números grandes y difíciles de factorizar.

Quizás el único peligro de este método es el aumento de la potencia de cálculo de los ordenadores, lo cual ayudaría a descomponer números de centenares, millares... de cifras rápidamente. Pero existen alternativas. Por ejemplo, la utilización de propiedades algebraicas de las *curvas elípticas* puede ser útil en este proceso de codificación de la información. O el recurso a la *criptografía cuántica* [10], basada en la idea de físicos y matemáticos de construir *ordenadores cuánticos*, algo que es todavía muy incipiente y que se apoya en las leyes de la física cuántica. Está probado que este ordenador, si finalmente fuera fabricado, descompondría velozmente grandes números en sus factores primos, por lo que el método RSA quedaría obsoleto. Pero los protocolos de *criptografía cuántica*, donde los métodos de encriptación utilizarían átomos, fotones, … – al parecer – tienen una seguridad absoluta.

¡Qué diría G.H. Hardy si viera que aquellos campos matemáticos en los que él trabajaba y que consideraba inútiles, ahora resulta que tienen estas aplicaciones en nuestra vida cotidiana!

(C) La radiofonía y la telefonía móvil

¿Quién no tiene en su casa uno o varios aparatos de radio? Seguramente alabará las excelencias de los técnicos y de los ingenieros, pero con total seguridad desconocerá que estos aparatos tan comunes en todos los hogares son fruto, fundamentalmente, de deducciones puramente matemáticas.

Todo comenzó con el descubrimiento de las ondas electromagnéticas. Fue Maxwell, físico escocés, quien matematizó las leyes que generalizan los fenómenos electromagnéticos al expresarlas en forma de ecuaciones. A partir de estas ecuaciones demostró, mediante razonamientos estrictamente matemáticos, la existencia de las ondas electromagnéticas y que éstas debían propagarse con la velocidad de la luz. Los resultados de Maxwell permitieron determinar ondas electromagnéticas de origen puramente eléctrico. La existencia de esta clase de ondas fue confirmada experimentalmente por Hertz y después el científico ruso A.S. Popov, al descubrir el modo de excitar, transmitir y recibir oscilaciones electromagnéticas las hizo útiles para un gran número de aplicaciones, estableciendo así las bases de la moderna radiotecnia [1].

Primero la norma GSM (Global System for Mobile communications) y después la norma UMTS (Universal Mobile Telecommunication System) consiguieron, a finales del siglo pasado, hacer compatibles las diferentes redes de telefonía sin cable, lo que ha permitido avances significativos en este campo.

El teléfono móvil forma parte ya de nuestra vida cotidiana y es un símbolo del progreso tecnológico de la humanidad. Y ha adquirido esta importancia, lo que llama poderosamente la atención, en un lapso de tiempo récord. Pero cuando un usuario emplea un móvil desconoce la cantidad de aportaciones científicas y tecnológicas que hay detrás de este pequeño artilugio: telecomunicaciones, informática, tratamiento de señales y matemáticas. Muchas matemáticas y algoritmia hay detrás de la telefonía móvil. Las primeras constituyen el soporte teórico de todas las etapas en el tratamiento de la información factible una comunicación telefónica a partir de un móvil. Corresponde a la segunda, la algoritmia, convertir estos resultados en protocolos efectivos y eficaces.

Recordemos que todos los datos transmitidos en una red de radiofonía móvil son numéricos (paquetes de 0 y 1 de cierta longitud, que contienen la información). Y que la gran diferencia con la telefonía clásica radica en que estos paquetes se transmiten por ondas hertzianas, no por cable. En consecuencia, hay que asegurar la confidencialidad, lo que se logra incorporando un protocolo criptográfico. Además, las ondas hertzianas están sometidas a distintas perturbaciones (reflexión y absorción en los edificios, ecos, ...), por lo que hay que introducir en el paquete códigos correctores para poder recuperar la señal original. Como se puede ver, se trata de un problema complejísimo, que reúne expertos de múltiples especialidades.

¿No resulta sorprendente que desde La Tierra se controlen los movimientos de un pequeño carricoche, en apariencia un coche de juguete de nuestros hijos con mando a distancia – el Pathfinder – sobre la superficie de Marte? ¿Quién no se impresiona contemplando las fotos que una nave espacial remite desde Júpiter o de saber que el hombre puede teledirigir satélites artificiales en los confines de nuestro sistema planetario? Confortémonos sabiendo que mucho han tenido que ver las matemáticas en estos adelantos.

(D) Una modelización matemática del SIDA

En [4] se relata como desde el año 1980 se están construyendo modelos matemáticos del virus de inmunodeficiencia humana (VIH), el virus que causa el SIDA (Síndrome de Inmuno-Deficiencia Adquirida). Caben varios enfoques matemáticos en el proceso de modelizar la inmunología del VIH. Tradicionalmente la estadística servía como la mayor herramienta y aún desempeña un importante papel en la comprensión de la dinámica de esta enfermedad a todos los niveles. El reciente descubrimiento y uso de los autómatas celulares y de las redes neuronales ha permitido explorar mucho nuestro sistema inmunológico.

Algunos grupos trabajan con versiones estocásticas de modelos de infección por el VIH, considerando que las poblaciones de células interactúan en un marco probabilístico discreto. Este enfoque es muy especializado. En cambio, en el artículo que nos ocupa, se opta por tratar de entender esta enfermedad mediante un planteamiento determinista [4]. Y, a pesar del poco tiempo transcurrido, se puede asegurar que estos sistemas dinámicos continuos, ya sean de ecuaciones diferenciales ordinarias o ya sean de ecuaciones en derivadas parciales, están aportando información sobre dicha enfermedad vírica.

Se suelen elegir en esta vía modelos de población y, bajo ciertas suposiciones sobre la manera en que interactúan las poblaciones de células, se crean modelos que pueden ser analizados y perfeccionados.

El modelo presentado en el trabajo citado se traduce matemáticamente en

$$\frac{dT(t)}{dt} = s(t) - \mu_T T(t) + r\frac{T(t)V(t)}{C+V(t)} - k_V T(t)V(t)$$

$$\frac{dT^i(t)}{dt} = k_V T(t)V(t) - \mu_{T^i} T^i(t) - r\frac{T^i(t)V(t)}{C+V(t)}$$

$$\frac{dV(t)}{dt} = Nr\frac{T^i(t)V(t)}{C+V(t)} - k_T T(t)V(t) + \frac{g_V V(t)}{b+V(t)}$$

con las condiciones iniciales $T(0)=T_0$, $T^i(0)=0$, $V(0)=0$. Aquí las funciones incógnitas representan: $T(t)$ la cantidad de células no infectadas, $T^i(t)$ la población de células infectadas y $V(t)$ la cantidad de virus que viven libremente en la sangre. Además, en el sistema diferencial precedente figuran una serie de parámetros cuyos valores (aproximados) se determinan a partir de los abundantes datos clínicos ya disponibles para los investigadores.

Este modelo se modifica después cuando se inicia un tratamiento a base de alguna droga, como el AZT (la zidovudina). Finalmente, el modelo se contrasta con la realidad: los datos clínicos. Incluso las cuestiones relacionadas con estos sistemas y más puramente matemáticas (como que si el problema está o no bien planteado, teoremas de existencia, control óptimo, etc.) pueden resultar de interés en esta investigación.

El autor de este trabajo, Denise Kirscher, es Profesor Ayudante de Matemáticas en la Universidad de Texas y Profesor Ayudante Adjunto de Medicina en el Centro Médico de la Universidad de Vanderbilt. Uno de sus objetivos al escribir este artículo fue demostrar que los matemáticos tienen y pueden desempeñar un papel fundamental en la investigación médica de primera fila. Y subraya que uno de los mayores obstáculos con los que se encuentra esta colaboración entre médicos y matemáticos es la incapacidad de los primeros para entender matemáticas superiores y, por parte de los segundos, la carencia de conocimientos del problema médico que subyace, que está debajo de todo este planteamiento matemático. Puede llevar varios años adaptarse a la jerga médica, especialmente en áreas que están en continua evolución. Pero me temo que el matemático se rinde, habitualmente con gran rapidez, ante estos retos. Con lo cual tiene razón J.R. Ockendon [9] cuando avisa del peligro de marginalización de los matemáticos: por nuestra renuncia, muchos puestos de trabajo pasarán a ser desempeñados por otros especialistas.

Bibliografía

[1] A.D. Aleksandrov et al.: *La Matemática: Su contenido, métodos y significado, Vol. 1.* Alianza Editorial, Madrid, 1973.

[2] J. Dieudonné: *En honor del espíritu humano: Las matemáticas hoy.* Alianza Editorial, Madrid, 1989.

[3] G.H. Hardy: *Autojustificación de un matemático*. Ariel, Barcelona, 1981.

[4] D. Kirschner: Using Mathematics to understand HIV immune dynamics. *Notices of the A.M.S.* **43** (1996), 191-202.

[5] M. Martin-Deschamps, P. Le Taller (editores): *L'explosion des mathématiques.* S.M.F. y S.M.A., Paris, 2002.

[6] A. Martinón (editor): *Las matemáticas del siglo XX: Una mirada en 101 artículos.* Nivola, Madrid, 2000.

[7] J.L. Montesinos: *Las matemáticas en la historia y la historia de las matemáticas.* Conferencia en la Universidad Internacional Menéndez Pelayo, S/C de Tenerife, 1999.

[8] J.R. Newman: *Sigma: El mundo de las matemáticas, Vol. 5.* Ediciones Grijalbo, Barcelona, 1976.

[9] J.R. Ockendon: The changing face of mathematics in industry. *Boletín SEMA* **9** (1996), 23-30.

[10] L.M.K. Vandersypen et al.: Experimental realization of Shor's quantum factoring algorithm using nuclear magnetic resonance. *Nature* **414** (2001), 883-887.

En Internet

http://www.claymath.org
Clay Mathematics Institute
Cambridge, Massachusetts (USA).

http://www.msri.org
Mathematical Sciences Research Institute
Berkeley, California (USA).