

Diseño de un controlador para el espejo primario del Gran Telescopio Canarias



Marta Sigut Saavedra

Profesora Asociada de Ingeniería de Sistemas y Automática
Departamento de Física Fundamental y Experimental, Electrónica y Sistemas
Universidad de La Laguna

Introducción

El Gran Telescopio de Canarias (GTC), que se encuentra actualmente en fase de construcción, se convertirá, una vez que ésta finalice, en el telescopio que, junto con el Keck en Hawái, posee el espejo primario de mayor diámetro del mundo (10m) [Álvarez, 1997]. Precisamente debido a su gran tamaño es preciso segmentarlo, por lo que se hace imprescindible la implementación de algún tipo de política de control que permita garantizar, en todo momento, el perfecto alineamiento de las piezas del espejo, llamadas segmentos. La disposición de estos segmentos hexagonales así como el tamaño del primario del GTC en relación al de una persona pueden observarse en la Figura 1.

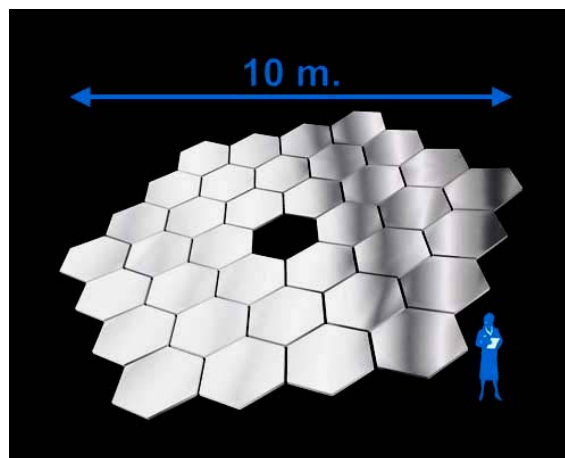


Figura 1: Dimensiones del espejo primario del GTC y disposición de los 36 segmentos.
(Copyright de GRANTECAN, S.A.)

Nos encontramos ante un sistema de gran escala, provisto de un alto número de actuadores y sensores, y complejo debido, sobre todo, al fuerte acoplamiento que presenta. En estas condiciones, diseñar un controlador multivariable, sujeto además a restricciones en cuanto a la frecuencia a la que se puede aplicar el comando, dado el volumen de información que se procesa, y teniendo en cuenta la tecnología de buses empleada, no resulta una tarea sencilla.

I. Obtención de un modelo para el espejo primario del GTC

Un aspecto fundamental en el diseño de un sistema de control para una planta es el desarrollo de un buen modelo matemático para ésta. El estudio de un sistema complejo, como es el espejo primario de diez metros de diámetro del Gran Telescopio de Canarias (GTC), requiere el uso de técnicas de modelado con el objeto de construir una representación matemática adecuada de la estructura, el sistema de actuación y los segmentos que componen el espejo. La técnica de análisis por elementos finitos es, sin lugar a dudas, una herramienta básica de cara a generar modelos dinámicos de estructuras complejas.

I.1. El problema de las dos masas. Sin necesidad de aplicar el método de los elementos finitos, podemos tener una idea de cómo se pueden obtener las matrices de estado y salida de un sistema como el espejo primario del GTC acudiendo a dos problemas sencillos. El primero es el llamado ‘problema de las dos masas’ que se ilustra en la Figura 2:

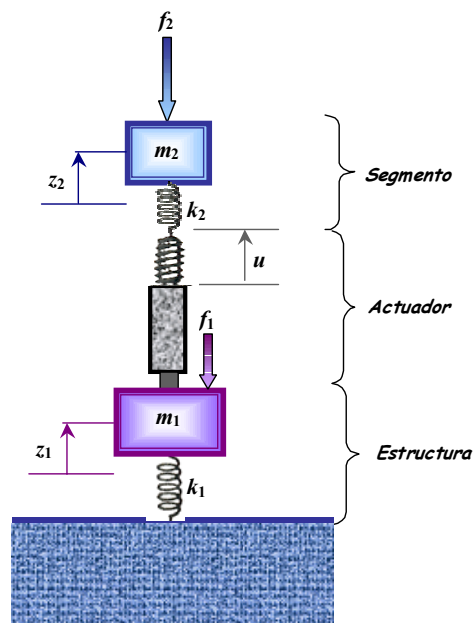


Figura 2: Representación del sistema que consideramos en el problema de las dos masas.

Imponiendo el equilibrio de fuerzas a las dos masas que componen este sistema y tomando como variables de estado del mismo los desplazamientos y las velocidades de dichas masas, se encuentran las ecuaciones de estado y salida que siguen:

$$\begin{bmatrix} \ddot{z}_1 \\ \ddot{z}_2 \\ \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{-(k_1+k_2)}{m_1} & k_2 \\ 0 & 0 & k_2 & \frac{-k_2}{m_2} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \\ z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{m_1} & 0 \\ 0 & \frac{1}{m_2} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix}$$

$$z_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \\ z_1 \\ z_2 \end{bmatrix}$$

I. 2. Influencia del acoplamiento entre segmentos. Para ver cómo afectan a las matrices que representan la dinámica del sistema el hecho de considerar un conjunto de n segmentos que se acoplan entre sí a través de la estructura sobre la que se apoyan, acudimos al problema que se ilustra en la Figura 3:

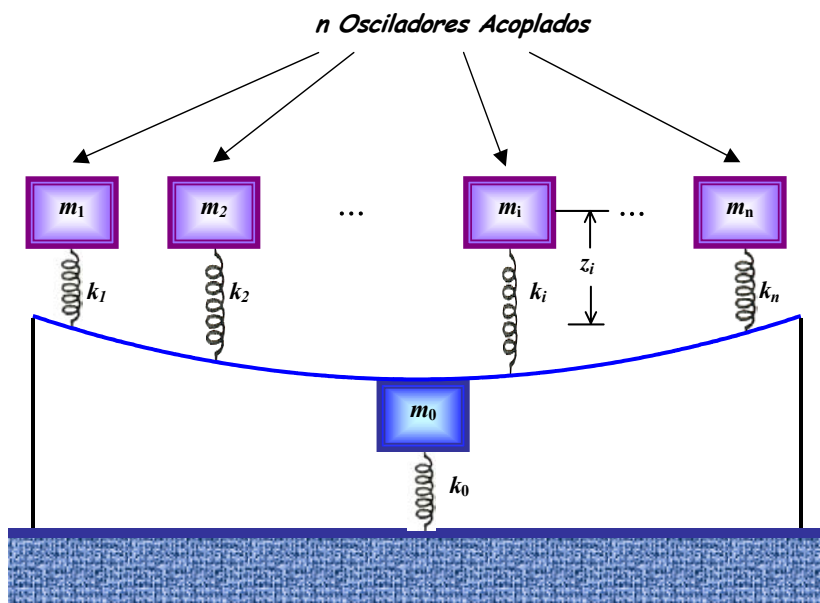


Figura 3: Modelo que representa el acoplamiento entre segmentos del espejo primario del Telescopio.

Procediendo de forma análoga a como lo hicimos en el problema de las dos masas, encontramos que las ecuaciones de estado y salida de este sistema son, ahora, las que mostramos a continuación:

$$\begin{bmatrix} \ddot{z}_0 \\ \ddot{z}_1 \\ \vdots \\ \ddot{z}_n \\ \dot{z}_0 \\ \dot{z}_1 \\ \vdots \\ \dot{z}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & \frac{-(k_0 + \sum_{j=1}^n k_j \alpha_j)}{m_0} & k_1 & \dots & k_n \\ 0 & 0 & \dots & 0 & k_1 \alpha_1 & -\frac{k_1}{m_1} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & k_n \alpha_n & 0 & \dots & -\frac{k_n}{m_n} \\ 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{z}_0 \\ \dot{z}_1 \\ \vdots \\ \dot{z}_n \\ z_0 \\ z_1 \\ \vdots \\ z_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{m_0} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{1}{m_1} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \frac{1}{m_n} \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ u_1 \\ \vdots \\ u_n \end{bmatrix}$$

$$[z_1 \dots z_n] = [0 \ 0 \ \dots \ 0 \ 0 \ 1 \ \dots \ 1] \begin{bmatrix} \dot{z}_0 \\ \dot{z}_1 \\ \vdots \\ \dot{z}_n \\ z_0 \\ z_1 \\ \vdots \\ z_n \end{bmatrix}$$

II. Características dinámicas del primario del GTC

II. 1. El modelo con el que hemos trabajado. En el caso del espejo primario del GTC, la dinámica de los tres elementos que componen el sistema: estructura, segmentos y actuadores (ver Figura 4) viene descrita, en el espacio de estados, a través de 708 estados. Las ecuaciones de estado y de salida del sistema son las siguientes:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} a \\ \dot{a} \\ xe \\ m_s \dot{xe} \\ r_1 \\ r_2 \\ q \\ \dot{q} \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} a \\ \dot{a} \\ xe \\ m_s \dot{xe} \\ r_1 \\ r_2 \\ q \\ \dot{q} \end{bmatrix} + B * U + \begin{bmatrix} 0_{30 \times 1} \\ 0_{30 \times 1} \\ 0_{108 \times 1} \\ P \\ 0_{108 \times 1} \\ 0_{108 \times 1} \\ 0_{108 \times 1} \\ 0_{108 \times 1} \end{bmatrix} ; \quad S = C * \begin{bmatrix} a \\ \dot{a} \\ xe \\ m_s \dot{xe} \\ r_1 \\ r_2 \\ q \\ \dot{q} \end{bmatrix} + D * U$$

siendo:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix}
 0_{30 \times 30} & I_{30 \times 30} & 0_{30 \times 108} & 0_{30 \times 108} & 0_{30 \times 108} & 0_{30 \times 108} & 0_{30 \times 108} & 0_{30 \times 108} \\
 -W^2 - k_s V^T V & -C - c_s V^T V & k_s V^T & \frac{c_s}{m_s} V^T & 0_{30 \times 108} & 0_{30 \times 108} & -k_s V^T & -c_s V^T \\
 0_{108 \times 30} & 0_{108 \times 30} & 0_{108 \times 108} & \frac{1}{m_s} I_{108 \times 108} & 0_{108 \times 108} & 0_{108 \times 108} & 0_{108 \times 108} & 0_{108 \times 108} \\
 k_s V & c_s V & -k_s I_{108 \times 108} & -\frac{c_s}{m_s} I_{108 \times 108} & 0_{108 \times 108} & 0_{108 \times 108} & k_s I_{108 \times 108} & c_s I_{108 \times 108} \\
 0_{108 \times 30} & 0_{108 \times 30} & 0_{108 \times 108} & 0_{108 \times 108} & 0_{108 \times 108} & I_{108 \times 108} & 0_{108 \times 108} & 0_{108 \times 108} \\
 0_{108 \times 30} & 0_{108 \times 30} & 0_{108 \times 108} & 0_{108 \times 108} & -\frac{8}{T^2} I_{108 \times 108} & -\frac{4}{T} I_{108 \times 108} & 0_{108 \times 108} & 0_{108 \times 108} \\
 0_{108 \times 30} & 0_{108 \times 30} & 0_{108 \times 108} & 0_{108 \times 108} & 0_{108 \times 108} & 0_{108 \times 108} & 0_{108 \times 108} & I_{108 \times 108} \\
 0_{108 \times 30} & 0_{108 \times 30} & 0_{108 \times 108} & 0_{108 \times 108} & w_q^2 I_{108 \times 108} & 0_{108 \times 108} & -w_q^2 I_{108 \times 108} & -2\xi_q w_q I_{108 \times 108}
 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix}
 0_{30 \times 108} \\
 0_{30 \times 108} \\
 0_{108 \times 108} \\
 0_{108 \times 108} \\
 -\frac{8}{T} I_{108 \times 108} \\
 \frac{32}{T^2} I_{108 \times 108} \\
 0_{108 \times 108} \\
 w_q^2 I_{108 \times 108}
 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C} = [0_{168 \times 30} \quad 0_{168 \times 30} \quad M \quad 0_{168 \times 108} \quad 0_{168 \times 108} \quad 0_{168 \times 108} \quad 0_{168 \times 108} \quad 0_{168 \times 108}]$$

$$\mathbf{D} = 0_{168 \times 108}$$

donde el significado de las variables que aparecen en estas ecuaciones es el siguiente:

$V(108 \times 30)$: matriz de desplazamientos modales de la celda.

$W(30 \times 30)$: matriz diagonal de frecuencias modales angulares.

$C(30 \times 30)$: matriz diagonal de amortiguamientos ($c_i = 2\xi_i w_i$, ξ_i = amortiguamiento relativo del modo i de la estructura).

$k_s = 6N/\mu m$: rigidez de los soportes de los segmentos.

$c_s = 2000kg/sg$: amortiguamiento de los soportes de los segmentos.

$m_s = 180kg$: masa del segmento asociado a un soporte (1/3 de la masa de un segmento).

$w_q = 2\pi \times 60sg^{-1}$: frecuencia natural de los actuadores.

$\xi_q = 1/\sqrt{2}$: amortiguamiento de los actuadores.

$T = 5ms$: retardo de los actuadores.

$P(108 \times 1)$: perturbaciones debidas al viento.

$M(168 \times 108)$: matriz de relación geométrica entre las medidas realizadas por los sensores del sistema y la posición de los segmentos.

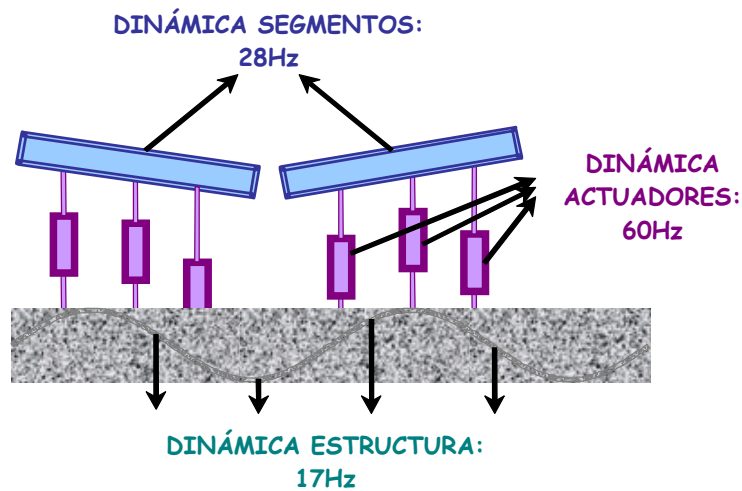


Figura 4: Elementos que componen el espejo primario del GTC.

El diagrama de bloques del sistema en lazo abierto es el que mostramos a continuación:

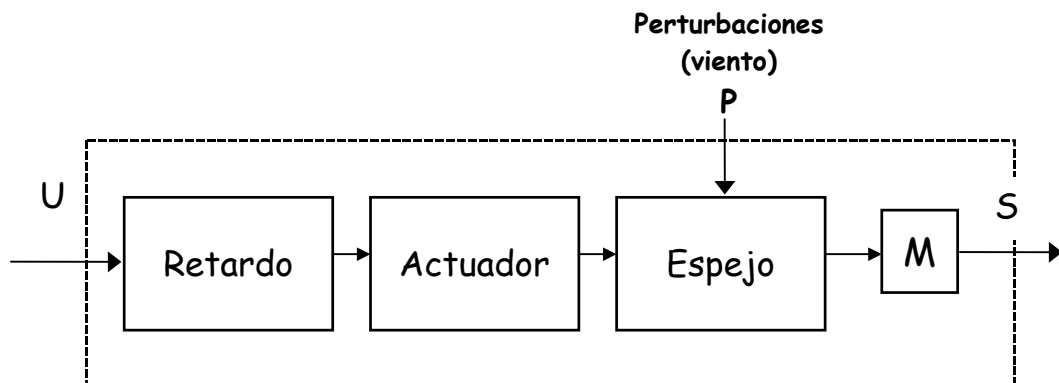


Figura 5: Diagrama de bloques del sistema en lazo abierto.

II.2. La dinámica del sistema. Desde el punto de vista dinámico, las características más destacables de este sistema son oscilaciones amortiguadas en la frecuencia dominante de la estructura (17hz) y del modo de los segmentos (28hz) y un tiempo de establecimiento algo superior a los dos segundos. En las siguientes gráficas se observa la respuesta del sistema en lazo abierto partiendo de condiciones iniciales distintas:

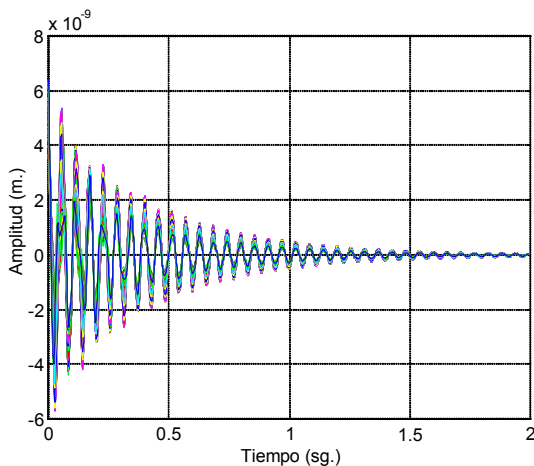


Figura 6: Evolución de los segmentos del espejo primario en lazo abierto partiendo del plano (4nm,5nm,6nm).

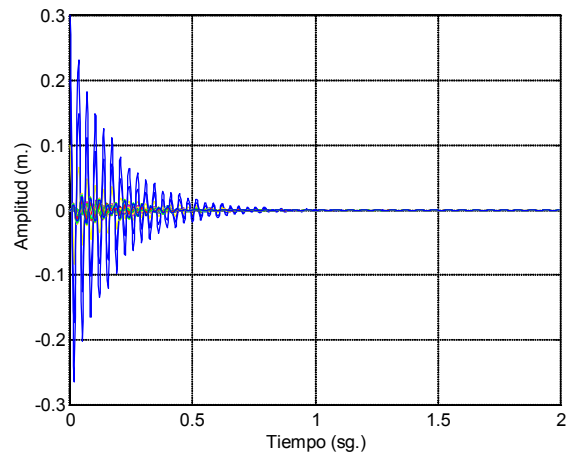


Figura 7: Evolución de los segmentos en lazo abierto cuando sólo 3 de ellos parten de fuera del equilibrio.

En la Figura 6 los segmentos parten de una posición inicial en la que están alineados y evolucionan como un espejo monolítico hacia el estado de equilibrio definido por el plano (0,0,0), por lo que no se excita el modo correspondiente a los segmentos (28hz) y el dominante es el de la estructura en 17hz, tal y como se aprecia en la Figura. Por el contrario, en la Figura 7 todos los segmentos parten de la posición de equilibrio excepto tres de ellos, es decir, la condición inicial no corresponde a un estado en el que todos los segmentos están alineados. Es por esto por lo que sí se excita el modo de 28hz, que es el dominante en este segundo caso.

III. Estrategia de control local-global

Diseñar un controlador multivariable para un sistema con un número tan elevado de entradas y salidas (108) es una labor compleja. Además, hay que tener en cuenta las restricciones con respecto a la frecuencia más alta a la que podemos aplicar el comando impuestas por la tecnología de buses empleada en el diseño del Telescopio. Por ello, se propone una estrategia de control local-global que consiste en aplicar al sistema conjuntamente dos acciones de control a distinto nivel: local y global, donde el comando local se puede aplicar a una frecuencia muy superior al global debido a que su cálculo involucra la consideración de la información suministrada por sólo tres de los sensores de posición de cada uno de los

segmentos. El esquema de aplicación conjunta de los comandos local y global se ilustra en la Figura 8:

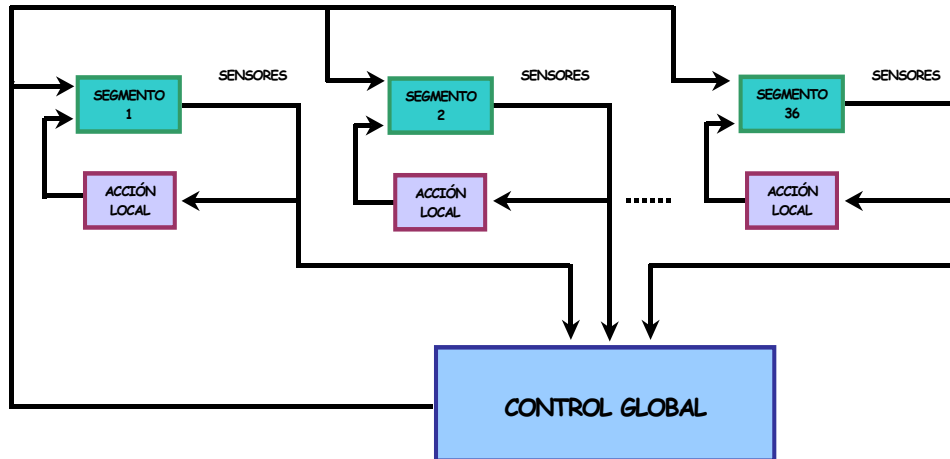


Figura 8: Esquema de los dos niveles de control: local y global.

Otro factor que dificulta en gran medida el diseño de un controlador para el sistema es el alto nivel de acoplamiento existente entre los distintos segmentos que componen el espejo.

Los objetivos que se plantean con un controlador multivariable local-global son dos: cancelar las oscilaciones del sistema consiguiendo, al mismo tiempo, que éste alcance el estado de consigna en el menor tiempo posible.

III.1. Un controlador local-global por asignación de polos. De entre los controladores multivariables implementados destaca uno por asignación de polos [Acosta, 1999] cuyo diseño permite, además, estudiar las simetrías presentes en el problema. El comando aplicado al sistema viene dado por la siguiente expresión:

$$U = -K_l * S - F_l * \dot{S} - K_g * x - F_g * \dot{x}$$

siendo:

$S(168 \times 1)$: señales provenientes de los 168 sensores,

$\dot{S}(168 \times 1)$: derivada 1ª en el tiempo de las señales provenientes de los 168 sensores,

$x(708 \times 1)$: vector de estados del sistema,

$\dot{x}(708 \times 1)$: derivada 1ª en el tiempo del vector de estados del sistema,

$K_l(108 \times 168), F_l(108 \times 168)$: parámetros del controlador local,

$K_g(108 \times 708), F_g(108 \times 708)$: parámetros del controlador global,

$U(108 \times 1)$: comandos que se aplican a los 108 actuadores.

En las Figuras 9 y 10 se muestra la respuesta del sistema en lazo cerrado con el controlador por asignación de polos para distintas frecuencias de los controladores local y global.

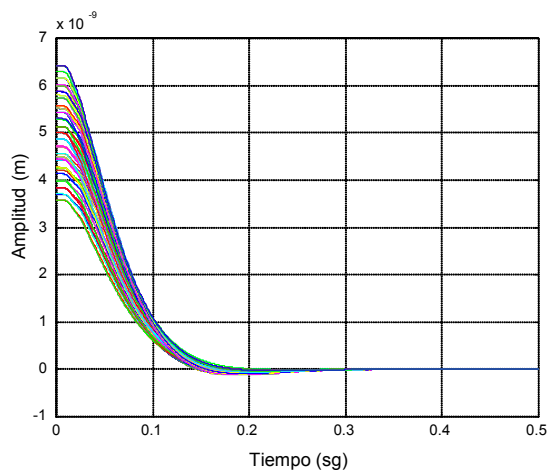


Figura 9: Evolución de los segmentos para una frecuencia local y global de 2000Hz.

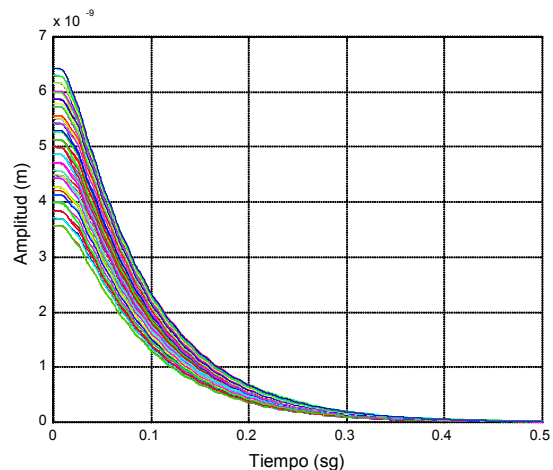


Figura 10: Evolución de los segmentos para una frecuencia local de 2000Hz y una global de 200Hz.

En estas dos Figuras se aprecia cómo la componente local del controlador por asignación de polos elimina por completo las oscilaciones en la respuesta de los segmentos y sólo al bajar la frecuencia de la acción global a 200Hz se observa un rizado mínimo. Asimismo, vemos que el tiempo de establecimiento del espejo se reduce sensiblemente respecto al del lazo abierto, aunque éste aumenta a medida que disminuye la frecuencia de la acción global.

III.2. Estudio de la estabilidad del sistema con el controlador local-global. Operadores de lifting y lifting inverso. Para llevar a cabo el estudio de la estabilidad del sistema en lazo cerrado con el control local-global empleamos dos operadores denominados ‘de lifting’ y ‘de lifting inverso’ [Chen, 1995], que nos permiten expresar el sistema multifrecuencias en lazo cerrado en función de una única frecuencia de muestreo y, por tanto, aplicar los métodos clásicos para el análisis de la estabilidad de los sistemas lineales. Introduciendo estos operadores, el diagrama de bloques de nuestro sistema con el controlador local-global por asignación de polos queda como se muestra en la siguiente Figura:

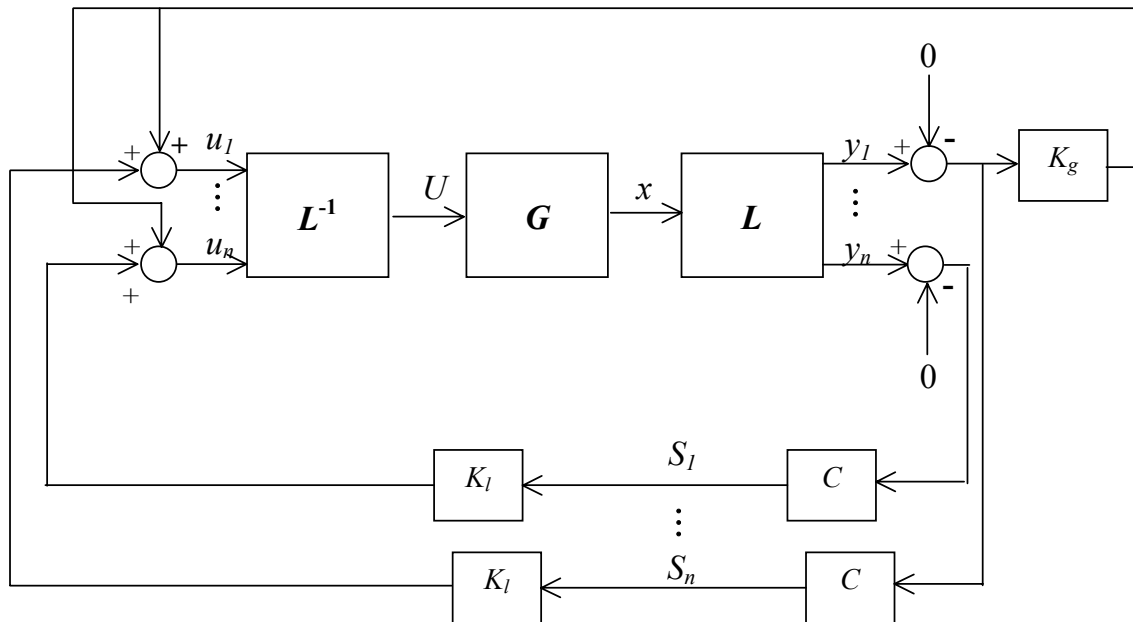


Figura 11: Diagrama de bloques del sistema en lazo cerrado con el controlador por asignación de polos introduciendo los operadores de lifting y lifting inverso.

Dicho estudio nos permite concluir que las frecuencias más bajas a las que se pueden aplicar los comandos local y global para que el sistema en lazo cerrado sea estable son 500 y 200hz, respectivamente.

IV. Desacoplo de la dinámica del espejo primario del GTC

Frente al diseño de un controlador multivariable para un sistema de larga escala [Jamshidi, 1983], [Patel, 1981], [Safonov, 1980], [Skogestad, 1998] y con la intención de alcanzar objetivos más ambiciosos desde el punto de vista del control, tales como robustez frente a incertidumbres en la dinámica del espejo, rechazo al ruido o ancho de banda, se impone reducir la dimensionalidad del problema de control al que nos enfrentamos.

IV.1. Procedimiento de desacoplo. Para llevar a cabo dicha reducción abordamos el problema del desacoplo de la dinámica del espejo primario del GTC [Acosta, 2000], [Acosta, 2001]. El procedimiento de desacoplo desarrollado consiste, básicamente, en un cambio apropiado de la base de vectores propios del sistema [Sigut, 2002] de forma tal que, una vez que dicho procedimiento se lleva a cabo, el sistema multivariable original con 108 entradas y salidas interconectadas entre sí se descompone en un sistema MIMO (con múltiples entradas y salidas) con $4N$ estados, N entradas y N salidas acopladas entre sí (donde N representa el número de modos que se considera para la descripción de la dinámica de la estructura del espejo) y un conjunto de $108-N$ subsistemas SISO (con una única entrada y una única salida) independientes entre sí. Nótese que en el caso particular de tomar $N=1$ el desacoplo del sistema es total aunque, en cualquier caso, la reducción que se consigue en el problema del diseño de un controlador para el espejo primario del GTC es notable.

IV.2. Diseño de controladores para el sistema desacoplado. Una vez que el sistema está desacoplado, el problema del control del espejo primario del GTC [Acosta, 2002] se reduce a diseñar una serie de controladores de baja dimensionalidad cuyos parámetros se ajustan de forma independiente como consecuencia de la ausencia de interacción entre las entradas y salidas de los distintos subsistemas resultantes del desacoplo [Siljak, 1991], [Skogestad, 1989]. En las gráficas que mostramos a continuación, se muestra la evolución de los segmentos del espejo en lazo cerrado cuando aplicamos al sistema un conjunto de 108 controladores SISO proporcionales, integrales y proporcionales-integrales [Åström, 1995]. Para ello hemos caracterizado la dinámica de la estructura del espejo con un único modo.

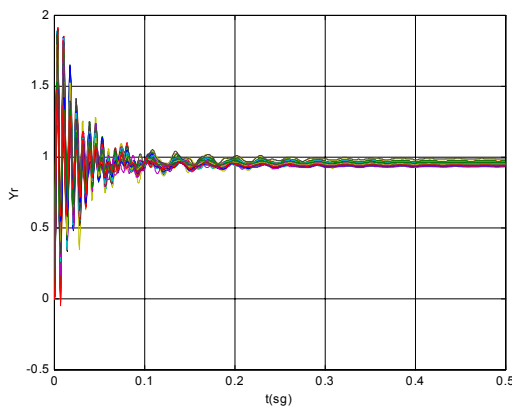


Figura 12: Respuesta de los segmentos con 108 controladores proporcionales.

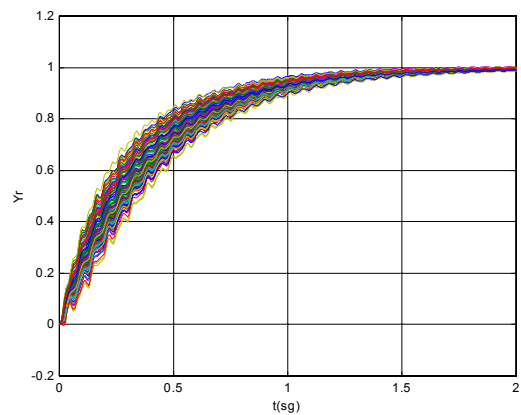


Figura 13: Respuesta de los segmentos con 108 controladores integrales.

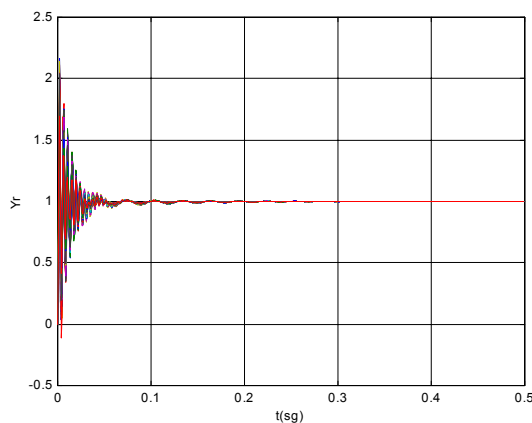


Figura 14: Respuesta de los segmentos con 108 controladores proporcionales-integrales.

El desacoplo del sistema no sólo hace más sencillo el diseño de un controlador o, mejor dicho, de un conjunto de controladores de baja dimensionalidad para el mismo, sino que posibilita la aplicación de algunas políticas de control, tales como el control robusto [Chiang, 1992], [Safonov, 1988], que resultan prohibitivas para el sistema multivariable original dado el tamaño de las matrices que describen la dinámica de la planta.

Bibliografía

- [Acosta, 1999] Acosta L., Sigut M., Hamilton A., Méndez J.A., Marichal G.N. and Moreno L. *Design of a Multivariable Pole-Placement Controller for the Primary Mirror of the 10m Grantecan Telescope*. Proceedings of the 7th Mediterranean Conference on Control and Automation. Haifa, Israel, Junio 1999.
- [Acosta, 2000] Acosta L., Sigut M., Hamilton A., Méndez J.A., Marichal G.N. and Moreno L. *Decoupling of the 10m GRANTECAN telescope's primary mirror dynamics and design of a controller for noise rejection*. Proceedings of the 2000 American Control Conference. Chicago, USA, Junio 2000.
- [Acosta, 2001] Acosta L., Sigut M., Méndez J.A., Hamilton A., Marichal G.N., Torres S. and Moreno L. *Rejecting the low-frequency noise in the 10m diameter primary mirror in the GRANTECAN telescope*. Proceedings of the 2001 IEEE International Conference on Control Applications. Ciudad de Méjico, Méjico, Septiembre 2001.
- [Acosta, 2002] Acosta L., Sigut M., Martín F., Méndez J.A. and Marichal G.N. *Noise Rejection Strategy for a Large Space Structure: The GRANTECAN Telescope*. Proceedings of the 15th IFAC World Congress on Automatic Control. Barcelona, España, Julio 2002.
- [Álvarez, 1997] Álvarez P. et al. *Gran Telescopio Canarias, Conceptual Design*. 1997.
- [Åström, 1995] Åström K.J. and Hagglund T. *PID Controllers: Theory, Design, and Tuning*. ISA - The Instrumentations, Systems, and Automation Society, 1995.
- [Chen, 1995] Chen T. and Francis B. *Optimal Sampled-Data Control Systems*. Springer-Verlag, London, 1995.
- [Chiang, 1992] Chiang R.Y. and Safonov M.G. *Robust Control Toolbox User's Guide*. Mathworks, South Natick, 1992.
- [Jamshidi, 1983] Jamshidi M. *Large Scale Systems Modelling and Control*. Nort-Holland, 1983.
- [Patel, 1981] Patel R. and Munro N. *Multivariable Control: Theory and Design*. Pergamon Press, 1981.
- [Safonov, 1980] Safonov M.G. *Stability and Robustness of Multivariable Feedback Systems*. The MIT Press, Cambridge, Massachusetts and London, 1980.
- [Safonov, 1988] Safonov M.G., Chiang R. and Flashner H. *H[∞] Robust Control Synthesis for a Large Space Structure*. Proceedings of the American Control Conference. Atlanta, GA, June 15-17, 1988.

- [Sigut, 2002] Sigut M., Acosta L., Martín F., Moreno L. and Hamilton A. *An Algebraic Approach Based on Symmetry Relations of State Space Matrices for Decoupling the Dynamics of a Large Space Structure*. Proceedings of the 2002 American Control Conference. Anchorage, USA, Mayo 2002.
- [Siljak, 1991] Siljak D. D. *Decentralized control of complex systems*. Academic Press, 1991.
- [Skogestad, 1989] Skogestad S. and Morari M. *Robust performance of decentralized control systems by independent designs*. *Automatica* **25**(1):119-125, 1989.
- [Skogestad, 1998] Skogestad S. and Postlethwaite I. *Multivariable feedback control*. John Wiley & Sons, Chichester, 1998.

En Internet

<http://www.cyc.dfis.ull.es>

Grupo de Computadoras y Control de la Universidad de La Laguna

<http://www.gtc.iac.es>

Proyecto Gran Telescopio Canarias