MATEMÁTICAS COMO RECURSO PARA ECONOMÍA

Concepción González Concepción
Departamento de Economía Aplicada
Universidad de La Laguna
cogonzal@ull.es

RESUMEN

Abordaremos la relación entre matemáticas y economía desde un punto de vista teórico-práctico intentando responder a cuestiones como ¿Por qué las matemáticas resultan ser un recurso útil en el estudio de temas económicos? ¿Son útiles los recursos procedentes de matemáticas avanzadas o es suficiente el uso de herramientas básicas? ¿Son más importantes los datos numéricos que las teorías o modelos teóricos?

Basándonos en un ejemplo teórico-práctico vamos a contrastar las conclusiones que se obtienen a partir de una misma realidad económica, por un lado, desde los propios datos numéricos procedentes de la observación y, por otro, desde algunos estudios estadísticos y analíticos básicos.

Invitamos con ello a reflexionar y evidenciar en lo posible el "valor añadido" que tiene el uso analítico de las matemáticas, preferiblemente avanzadas, como recurso para la Economía basado en el razonamiento frente a la intuición y la observación puramente numérica, o incluso estadística, de unos datos reales. En definitiva, invitamos a reflexionar sobre el "valor añadido" que tienen los modelos matemáticos propios de la econometría y la teoría económica para mejorar la toma de decisiones.

Ilustramos, igualmente, la necesidad de reconocer que, de manera análoga a lo que ocurre en las ciencias experimentales, lo que nos dicta la intuición a partir de la observación directa de datos no siempre se confirma en los modelos analíticos asociados e incluso, en numerosas ocasiones, lo llega a contradecir.

En cualquier caso, debido a la naturaleza *cuasi-experimental* de la economía, ningún modelo es definitivo debiendo ser cautos en la toma de decisiones basadas en la interpretación de un modelo concreto y dejando siempre muchos caminos abiertos a la investigación.

INTRODUCCIÓN

Como colofón del siglo XX, en 1998, la prestigiosa revista *The Economic Journal* dedicó un monográfico a cuestiones relacionadas con el uso de formalismo en la economía basado en el lenguaje y razonamiento propio de las **matemáticas en economía**, con la relación metodológica entre la economía y las otras ciencias, con el papel de las teorías y la experimentación en economía...

De todo ello podría consensuarse una postura dominante que defiende el interés de la parte científica y que reconoce el papel importante de la contrastación de las teorías utilizando métodos cuantitativos como recurso básico, en un intento de entender mejor los procesos económicos y de colaborar, en la medida de lo posible, en la resolución de las grandes cuestiones e interrogantes que, en el ámbito económico, se plantean en el seno de la sociedad.

De hecho, son cada vez más los economistas que consideran que la utilización de las matemáticas, como lenguaje simbólico y método de razonamiento científico, constituyen un elemento de **ayuda inestimable** en las tareas y objetivos de la economía. Su presencia resulta cada vez más fundamental tanto en la descripción de las complejas relaciones económicas como en la formulación de proposiciones sobre relaciones de comportamiento.

LA CONTRIBUCIÓN DE LAS MATEMÁTICAS EN LA ECONOMÍA

Ya Keynes (1883-1946) decía: *El estudio de la economía parece no requerir una capacidad especial, unas dotes intelectuales excepcionales. ¿No parece una materia verdaderamente fácil comparada con las materias de filosofía o de ciencias exactas? Sin embargo, es un hecho que los economistas no ya buenos, sino tan sólo competentes, son auténticos mirlos blancos. Curiosa paradoja ésta: ¡Una materia tan fácil y en la que, sin embargo, pocos destacan! Esta paradoja quizás pueda explicarse por el hecho de que el gran economista debe poseer una rara combinación de condiciones. Tiene que llegar a mucho en diversas direcciones y debe combinar facultades naturales que no siempre se encuentran reunidas en un mismo individuo. Deber ser matemático, historiador, conocedor de la política y la filosofía. Debe dominar el lenguaje científico y expresarse y hacerse entender en el vulgar, contemplar lo particular en términos de lo general y tocar lo abstracto y concreto con la misma altura. Debe estudiar el presente a la luz del pasado y con vistas al futuro. Ninguna parte de la naturaleza del hombre ni de sus instituciones debe ser olvidada por él. Ha de ser simultáneamente desinteresado y utilitario; tan fuera de la realidad y tan incorruptible como un artista y, sin embargo, tan cerca de la tierra como un político.*

Aceptando la complejidad de la economía en sentido amplio, y centrando la atención en su relación con las matemáticas, la propia consideración de la economía como "asignación eficiente de recursos escasos" encaja con el objetivo de la programación matemática, una parte destacada de las matemáticas, tanto en sus versiones clásicas como actuales (optimización clásica, programación lineal o no lineal, teoría de juegos) y tanto en sus versiones estáticas como dinámicas.

Más ampliamente, **apenas existe una porción de las matemáticas que no pueda ser invocada en auxilio de la economía.** Por citar algunos ejemplos, el álgebra resulta útil en la presentación y tratamiento de datos, en análisis input-output, en análisis contable, en modelos financieros, en el estudio de funciones estadísticas y modelos econométricos, en planificación de actividades especialmente a través de la programación matemática en todas sus facetas, en gestión y control empresarial... El análisis de funciones nos sirve para buscar buenos modelos de ajuste de datos, para estudiar cualitativa y cuantitativamente modelos en teoría económica, como herramienta en estadística teórica, para modelos econométricos, para reparto y asignación de recursos, para la "eficiente" planificación de actividades.... Más concretamente, la programación matemática es útil en multitud de aspectos sobre la toma de decisiones en sanidad, en educación, en transportes, en ecología, en las relaciones sociales... En particular, la teoría de juegos se ha convertido en una rama de vital importancia en el conocimiento de la economía y de las relaciones socio-económicas. Por supuesto, el análisis dinámico, que se usa en economía dinámica para el trazado de trayectorias temporales muy útiles para visualizar no sólo cuantitativamente sino cualitativamente la evolución de variables económicas, nos permite también el estudio de comportamientos económicos a corto/medio/largo plazo y está en la base de la teoría de los ciclos económicos...

Aún con todo, las matemáticas clásicas se desarrollaron inicialmente unas veces al servicio de las ciencias físicas y otras de forma independiente, lo que hace que las diferentes características de la economía encuentren **dificultades** para resolverse usando el lenguaje clásico de las matemáticas. No cabe duda que las necesidades de la economía en los dos últimos siglos, y en especial recientemente, han provocado el avance de nuevos desarrollos matemáticos que se han visto complementados en los últimos cincuenta años con los avances informáticos que permiten "largos" cálculos en "poco" tiempo, dando paso a todo tipo de simulaciones y contrastación de teorías económicas complejas que de otro modo hubiera sido imposible. De manera que la contribución de las matemáticas a la economía no puede verse de manera aislada sino como una consecuencia de la **evolución histórica** de ambas y de sus relaciones con otros campos (física, biología, ecología, medicina, astronomía...).

Escuetamente, si trazamos como meta la consecución de **avances industriales y sociales**, podríamos decir que ellos serán una consecuencia de los desarrollos de la **ciencia económica**. En particular, las relaciones entre matemáticas, tecnología y economía permiten ir construyendo de manera sólida dicha ciencia. Las aportaciones teóricas de todas ellas se van filtrando y van abriendo paso a los conocimientos necesarios para garantizar la realización adecuada de **experimentos** que, aunque irrepetibles, llevados a la práctica real se convierten en **experiencias** y mecanismo ideal para lograr los avances deseados.

<table>
<tr><th colspan="2">↓ Matemáticas ↓</th><th colspan="2">↓ Tecnología ↓</th><th colspan="2">↓ Economía ↓</th></tr>
<tr><td>Matemática Pura→</td><td>Matemática Aplicada ↓</td><td>Ingeniería ↓</td><td>Informática ↓</td><td>Práctica Económica ↓</td><td>Teoría Económica←</td></tr>
<tr><td></td><td colspan="4">↓ Ciencia Económica ↓</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td colspan="4">↓ Teoría "Práctica" ↓</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td colspan="4">↓ Práctica "Teórica" Experimentos ↓</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td colspan="4">↓ Práctica "Real" Experiencias ↓</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td colspan="4">Avances Industriales y Sociales</td><td></td></tr>
</table>

En cuanto a matemáticas y economía, es curioso observar que las motivaciones iniciales de ambas coinciden (simbología numérica para cubrir la necesidad de contar, comerciar... uso de figuras geométricas o imágenes para representar parcelas de terreno o planos militares...), pero que, sin embargo, el desarrollo científico de la economía llegó "recientemente", mucho más tarde que el de las ciencias físicas y biológicas.

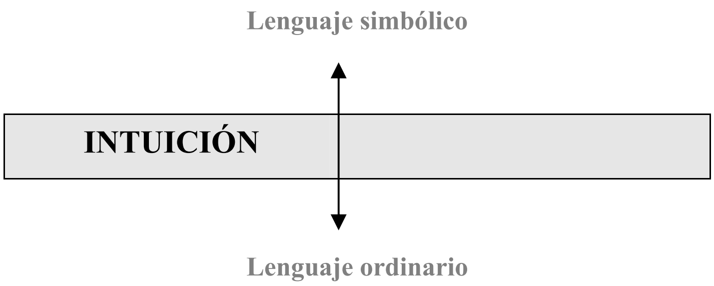
Ambas se ocupan de la **resolución de problemas**, entendidos éstos como situaciones que se presentan en las que se sabe, más o menos, adónde se quiere ir, pero no se sabe cómo llegar. La principal dificultad consiste en aclarar la situación y dar un camino adecuado que lleve a la meta. A veces, incluso, no se sabe siquiera si se conoce la **herramienta** adecuada para resolver dicha situación, e incluso puede suceder que ni siquiera se haya creado una lo suficientemente potente para resolver el problema que se plantea. Esta es la circunstancia del investigador y la situación en la que nos encontramos muchas veces en nuestra vida cotidiana y, en particular, ante los problemas socio-económicos.

En este contexto, las matemáticas constituyen un lenguaje **artificial**, **simbólico**, altamente elaborado pero que vale la pena **aprender** para resolver los vitales problemas económicos de nuestra sociedad. Quien no conoce sus normas no sabe utilizarlas. Y estas normas difieren sustancialmente, en algunos aspectos, de las propias del lenguaje cotidiano. Las matemáticas recurren a variables o signos que indican "lugares" ocupados por números o nombres de cosas, usadas a modo de vocabulario. Con ellas se construyen fórmulas, ecuaciones y expresiones matemáticas a modo de frases, ayudados de conectores (por ejemplo, el uso de las conjunciones, disyunciones y negaciones...) y cuantificadores lógicos (por ejemplo, pertenece, existe, cualquier...)

cuyo significado en matemáticas no siempre coincide con el que tienen en el lenguaje ordinario. Estas expresiones a su vez adquieren sentido a través de teoremas y demostraciones que representan enunciados y razonamientos. Precisamente, "demostrar" es una de las actividades más importantes de las matemáticas. Pero esa actividad requiere el conocimiento del lenguaje, sobre todo en cuanto al uso y significado de los conectores, y el planteamiento de unas afirmaciones iniciales en las que nos ponemos de acuerdo como punto de arranque para lo que necesitamos de la máxima precisión que permita entender perfectamente y sin ambigüedad lo que se quiere demostrar. En fin, hoy en día este lenguaje artificial está altamente formalizado permitiendo un nivel de comunicación avanzado, propio de profesionales. Todo ello llevado al mundo económico exige un mayor rigor y permite un mayor alcance de las conclusiones obtenidas. El uso de los computadores acerca las matemáticas a los no profesionales de éstas, pero en muchas ocasiones la falta de conocimiento exhaustivo de las premisas o condiciones iniciales hacen que su uso, en manos de no profesionales, sea altamente peligroso por cuanto se corre el riesgo de centrar la atención en la parte algorítmica de las matemáticas y no tanto en el proceso de razonamiento integral.

Resulta cada vez más difícil augurar el futuro científico de la economía y el uso de las matemáticas como su lenguaje simbólico. Cualquier imaginación quedará por debajo de la próxima realidad.

¿POR QUÉ Y PARA QUÉ SE ESCRIBE LA ECONOMÍA EN LENGUAJE CIENTÍFICO?



Ya desde le siglo XIX, decía Fisher (1867-1947): *El mundo económico es una región nebulosa. Los primeros exploradores usaron visión no asistida. La matemática es el faro mediante el cual lo que antes se veía tenue ahora surge con trazos firmes y marcados. La vieja fantasmagoría desaparece. Vemos mejor. También es mayor el alcance de nuestra visión*.

Si bien es cierto que **datos** y **gráficos** se usan en economía desde antiguo, y en especial desde el siglo XVIII, el **ejemplo numérico** se contemplaba como un mero instrumento de análisis a partir del cual se obtenían conclusiones sin ayuda de otra técnica más general y los gráficos como medio de visualización elemental. Es decir, eran herramientas que se utilizaban prácticamente a nivel **intuitivo** como complemento de las **percepciones** de los economistas y no como método de **razonamiento**. Hoy en día el análisis geométrico continúa siendo uno de los instrumentos analíticos dominantes de la teoría y práctica económica, aunque reconociendo la no total fiabilidad de los mismos, la limitación dimensional que comportan y sobre todo el hecho de que no existe ningún motivo intrínseco a la representación gráfica que obligue a explicitar las hipótesis de vital importancia en toda teoría científica. Fue durante el siglo XIX (Cournot, Walras, Pareto...) cuando algunos economistas introdujeron elementos matemáticos de mayor grado de **sofisticación** que el simple ejemplo numérico o la representación gráfica, lo que constituyó una verdadera **revolución científica** en el campo de la sociedad. El uso de álgebra matricial, cálculo diferencial e integral, ecuaciones diferenciales y en diferencia, programación matemática, juegos, métodos numéricos, probabilidad, estadística como métodos de razonamiento son habituales desde hace algún tiempo en economía, con lo que se ha entrado en una **tercera estadía** de pensamiento dentro del campo económico y social.

Saber distinguir las aportaciones propias de la intuición y del razonamiento es vital para motivar y justificar el uso de este último. De manera esquemática:

<table>
<tr><th></th><th>PERCEPCIÓN</th><th>INTUICIÓN</th><th>RAZONAMIENTO</th></tr>
<tr><td>PROCESO</td><td colspan="2">Rápido
Paralelo
Automático
Sin esfuerzo
Permisivo
Poco instructivo
Emocional</td><td>Lento
Sucesivo
Controlado
Con esfuerzo
Normativo
Flexible
Neutral</td></tr>
<tr><td>CONTENIDO</td><td>Percepciones
Estimulación presente
Estímulos limitados</td><td colspan="2">Conceptos
Pasado, Presente y Futuro
Uso de lenguaje</td></tr>
</table>

Fuente: Kahneman, D. (2003)

La consideración de las matemáticas como recurso de razonamiento en economía se sustenta en los beneficios positivos que genera su aportación a través de la vía del razonamiento, en términos de costes e ingresos, así como de las ventajas y deficiencias del desarrollo cuantitativo y cualitativo de la economía.

Muchos economistas han comprobado que las matemáticas les permiten mejorar su **productividad** y, a su vez, muchos matemáticos han descubierto que la economía proporciona áreas de interés para la **aplicación** de sus conocimientos, haciendo surgir incluso nuevos problemas matemáticos. Han sido los esfuerzos conjuntos y la cooperación activa entre matemáticos, economistas y científicos de otras especialidades los que han contribuido a que el recurso matemático tenga una presencia significativa y reconocida en la práctica totalidad de los ámbitos de la economía.

No obstante, en numerosas ocasiones como ocurre en otras ramas del saber la teoría y la práctica están algo **distanciadas** siendo complicado "cerrar" la resolución de cuestiones económicas reales. Este distanciamiento no es siempre negativo sino incluso necesario para conseguir avances sustanciales desde un punto de vista teórico que más tarde, sin duda, representarán beneficios prácticos. En cualquier caso, las matemáticas contribuyen a la **reflexión rigurosa** y a ofrecer puntos de vista diferentes sobre un mismo paradigma. Cuando se trata de estudiar fenómenos reales es común que cada paso que demos nos invite a **perfeccionar** lo aprendido y desarrollado o a estudiar nuevos aspectos del fenómeno considerado, dando por concluido el proceso sólo en contadas ocasiones. Es asumida por todos la dificultad que conlleva la resolución de problemas reales de cualquier índole, en particular, económicos y deberíamos tener siempre presente nuestras posibilidades y limitaciones a la hora de utilizar lo aprendido para investigar y resolver problemas reales, ya que hay un "salto cualitativo" entre APRENDIZAJE y REALIDAD.

APRENDIZAJE
(mientras estudiamos, resolvemos ejercicios)

- **Teoría. Ejemplos seleccionados**
- **Datos seleccionados "sin errores"**
- **Modelos**
  - **Completos**
  - **Exactos**
  - **Teóricos**
- **Soluciones**
  Exactas
- **Experimentos y Simulaciones**

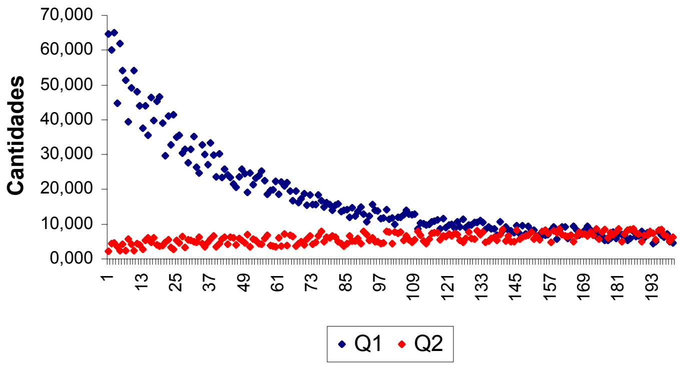
REALIDAD
(mientras trabajamos, resolvemos problemas)

- **Práctica. Casos reales**
- **Datos reales**
- **¿Modelos? Cuando existen:**
  - **Incompletos**
  - **Aproximados**
  - **Prácticos**
- **¿Soluciones? Cuando existen:**
  Aproximadas
- **Experiencias**

Para terminar, vamos a exponer un ejemplo teórico-práctico, tomando datos sobre cantidades demandadas y precios, que nos permita visualizar resultados a caballo entre el aprendizaje y la realidad. A lo largo del próximo epígrafe vamos a intentar valorar progresivamente **tres fases de matematización** en un contexto económico a diferentes niveles de dificultad. La primera fase hace referencia a los propios datos y su visualización directa que presentamos ayudados por las gráficas de EXCEL; la segunda fase se refiere al estudio estadístico y modelos de regresión para los datos, cuyos cálculos realizamos con el programa estadístico SCA; y en la tercera fase asociamos modelos analíticos para los datos haciendo los cálculos con DERIVE. Es nuestro interés observar el "valor añadido" de cada una de las fases que, a medida que avanzamos en la modelización, nos aporta más información de interés sobre los datos.

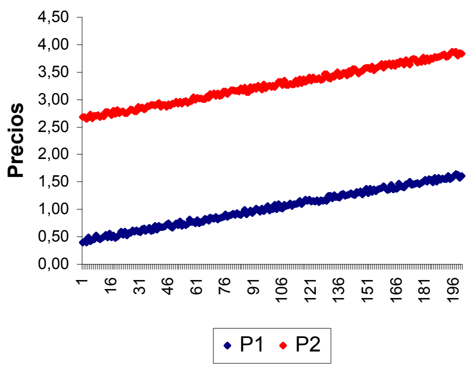
VISUALIZACIÓN A TRAVÉS DE UN EJEMPLO TEÓRICO-PRÁCTICO

Gráfica 1
Cantidades demandadas Bienes 1 y 2



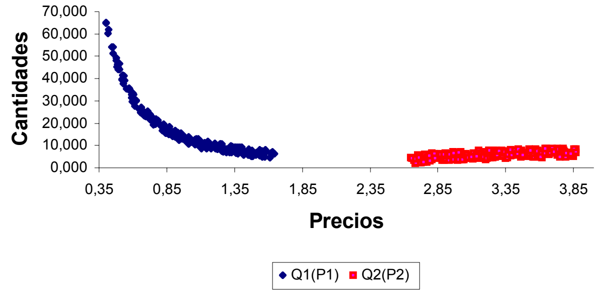
Vamos a pensar que estamos interesados en crear una empresa que se encargaría de ofertar un determinado bien (bien 1) a un grupo de consumidores. Para ello hemos observado social y económicamente el mercado adecuado y hemos realizado una encuesta sobre la intención de compra del bien en cuestión, centrando la atención en la influencia que tendrían en el mercado diferentes precios de bienes relacionados con el que nuestra hipotética empresa desea ofrecer, así que hemos tomado también datos sobre las cantidades demandadas y precios de esos otros bienes. Intuitivamente, nos anima el hecho de que parece observarse que nuestro hipotético bien tiene hueco en el mercado y que los consumidores serían receptivos con él a precios competitivos. Entre todos los bienes observados hemos elegido uno, por ser el que está más correlacionado con el bien 1, que llamamos "bien alternativo" (bien 2). Como consecuencia de ese trabajo disponemos de una tabla de 200 datos, que visualizamos en las Graficas 1 y 2, sobre cada una de las siguientes variables: a) Q1 la cantidad demandada (intención de compra) del bien 1 en el mercado medida en unidades físicas, b) Q2 la cantidad demandada del bien 2 en el mercado medida en unidades físicas, c) P1 el precio al que estaríamos dispuestos a ofrecer el bien 1 en el mercado medido en unidades monetarias deflactadas y d) P2 el precio del bien 2 en el mercado medido en unidades monetarias deflactadas. En realidad, hay otros muchos datos que serían de interés en este estudio, pero para que sea más sencillo consideramos que las cantidades demandadas Q1 y Q2 dependen *ceteris paribus* de los precios P1 y P2, esto es, que todas las demás variables que influyen en la cantidad demandada (por ejemplo, precios de otros bienes, renta de los consumidores, grupo de consumidores que adquieren los bienes 1 y 2...) son constantes.

Gráfica 2
Precios Bienes 1 y 2



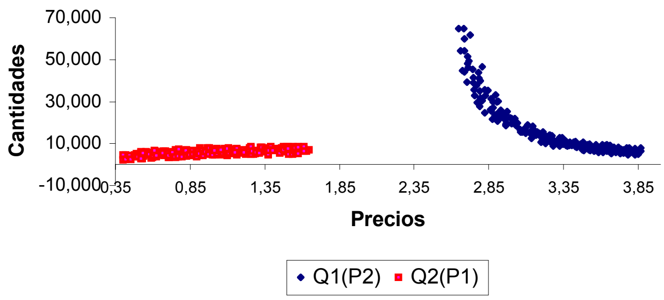
En la **primera fase**, **visualizamos** la relación simple entre la cantidad demandada de cada bien y su respectivo precio, esto es Q1(P1) y Q2(P2) en la Gráfica 3. Se observa que un aumento del precio P1 lleva consigo una bajada brusca de la cantidad demandada Q1, mientras que Q2 se mantiene más o menos constante respecto a P2. Téngase en cuenta que el bien 2 es un bien ya establecido mientras que el bien 1 es un bien que intenta introducirse en el mercado.

Gráfica 3
Cantidades demandadas Bienes 1 y 2



A continuación, intentamos visualizar la relación entre la cantidad demandada de cada bien y el precio del otro.

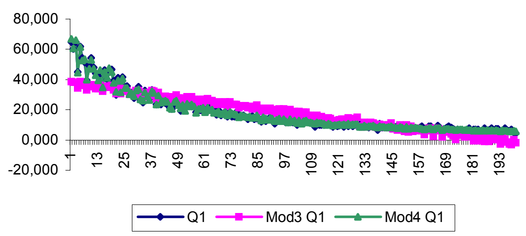
Gráfica 4
Cantidades demandadas Bienes 1 y 2



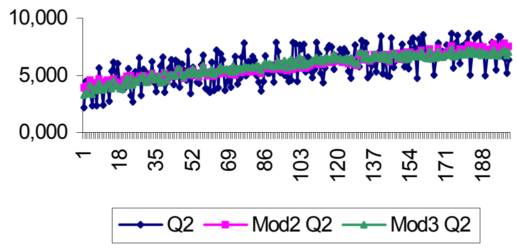
Pues bien, quedándonos en dimensión 2, si cruzamos las cantidades demandadas de cada bien con el precio del otro bien alternativo, obtenemos la Gráfica 4 desde la que parece deducirse de igual forma que un aumento del precio P2 lleva consigo una bajada brusca de la cantidad demandada Q1 y Q2 sigue siendo más o menos constante aunque aumente P1. Sin embargo, la observación del mercado y las encuestas realizadas inicialmente no corroboran este resultado, sino más bien que un aumento del precio P2 podría aumentar la cantidad demandada del bien 1.

Para resolver la duda, iniciamos una **segunda fase** de razonamiento basado en **modelos estadísticos**. Un primer modelo para Q1 construido con regresión lineal simple (Mod1 Q1) entre Q1 y P1 confirma un efecto negativo entre ambas variables ($\uparrow$P1$\Rightarrow\downarrow$Q1), análogamente entre Q2 y P2 (Mod1 Q2), lo que nos indica que se trata de bienes ordinarios. De igual forma una regresión lineal entre Q1 y P2 (Mod2 Q1) muestra un efecto negativo entre ambas variables($\uparrow$P2$\Rightarrow\downarrow$Q1), lo que se corresponde con la fase inicial de visualización. Sin embargo, es de notar que la decisión del consumidor de comprar o no el bien 1 no sólo depende de uno de los precios sino de ambos a la vez, de modo que sería más conveniente el uso de regresión lineal múltiple, técnica más avanzada que la anterior. Efectivamente, tal tipo de regresión entre Q1, P1 y P2 (Mod3 Q1) nos advierte de un efecto negativo entre Q1 y P1 pero positivo entre P2 y Q1, y análogamente entre Q2, P1 y P2 (Mod2 Q2) muestra un efecto negativo entre Q2 y P2 pero positivo entre Q2 y P1, resultados que estarían más acorde con las observaciones y la encuesta. No obstante, los modelos estadísticos lineales no son buenos en cuanto al ajuste conseguido (se obtienen R^2 de entre el 40% y 75% en la bondad del ajuste) por lo que estos modelos no serían suficientes para representar científicamente nuestros datos, observando la conveniencia, cuando no la necesidad, de utilizar modelos más completos y, por tanto, más acorde con los datos disponibles. Se puede comprobar que la regresión polinómica tampoco consigue "mejorar suficientemente" los modelos, de manera que intentamos trabajar con variables convenientemente transformadas o estudiar otros tipos de regresión como, por ejemplo, racional. Vamos a ilustrarlo en un caso más general, buscando modelos (Mod4 Q1 y Mod3 Q2, respectivamente) que relacionen al menos las tres variables Q1,P1,P2, por un lado y Q2,P1,P2 por otro. En el primer caso, una regresión lineal entre las variables Q1 y $P2/P1^2$ aporta un ajuste de 99.2% de R^2 mediante el modelo aceptable $Q1 \cong 0.05_{(0.38)} + 3.98_{(157.57)} P2/P1^2$. Esto equivale a realizar regresión lineal pero considerando las variables logarítmicas lnQ1, lnP1, lnP2. Para Q2 ensayamos el modelo análogo con las variables Q2 y $P1/P2^2$ siendo válido aunque no tan bueno en ajuste como el anterior, debido a que en este caso los datos presentan una mayor oscilancia. Los modelos obtenidos se incluyen, respectivamente, en las Gráficas 5 y 6.

Gráfica 5
Cantidades y Modelos Bien 1

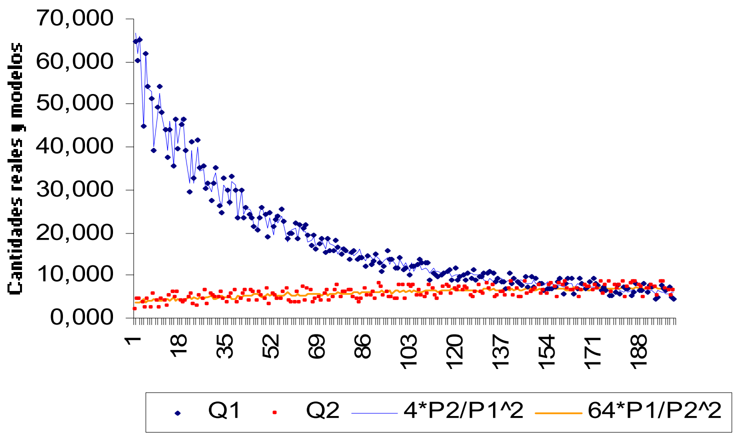


Gráfica 6
Cantidades y Modelos Bien 2



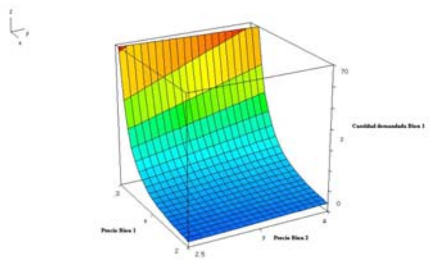
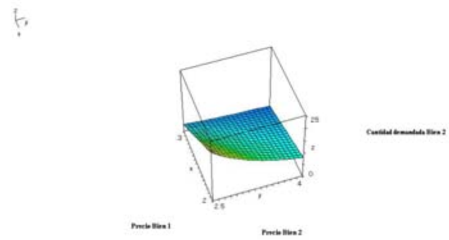
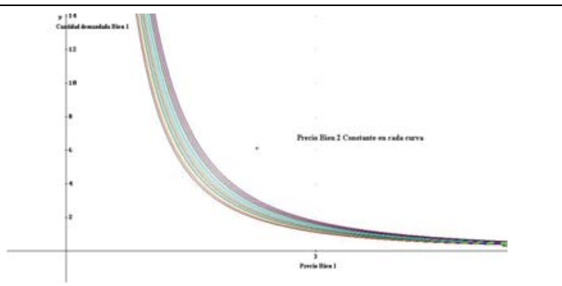
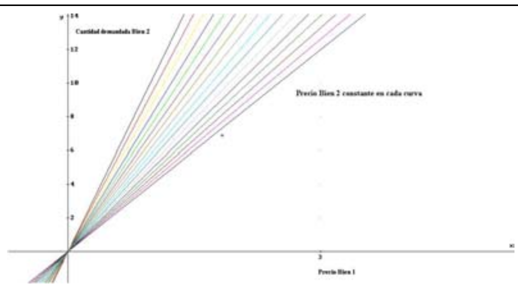
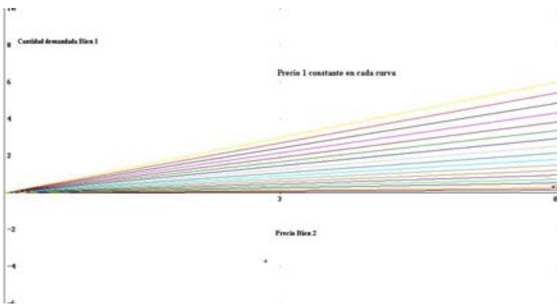
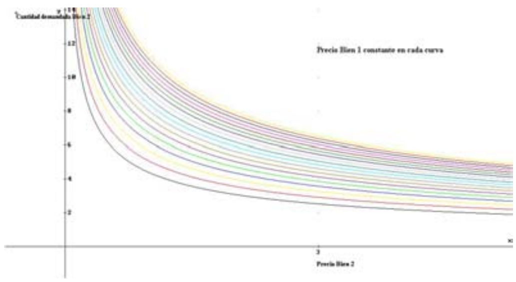
Por último, en la **tercera fase**, consideramos los **modelos analíticos** $Q1 \cong 4\ P2/P1^2$ y $Q2 \cong 64\ P1/P2^2$, sugeridos a partir de los cálculos anteriores y que figuran en la siguiente gráfica:

Gráfica 7
Bienes 1 y 2



Como veremos nos permiten conocer con mayor profundidad, aunque siempre en términos aproximados, los datos originales en los que radica al fin y al cabo todo nuestro interés.

En efecto, en el siguiente cuadro observamos superficies de relación entre las tres variables Q1,P1,P2 y Q2,P1,P2 respectivamente, que manifiestan cierta complementariedad entre ambos bienes, siendo el bien 1 mucho más inestable que el bien 2. Para una adecuada visualización bivariante, incluimos las curvas de nivel sobre dichas superficies bien cuando P2 permanece constante o bien cuando P1 permanece constante, relación que no pudimos observar directamente desde los datos. Estas curvas nos permiten confirmar que aumentos en el precio P2, bajo hipótesis de P1 constante, favorecería la demanda del bien 1 y que aumentos en el precio P1, bajo hipótesis de P2 constante, favorecería la demanda del bien 2. No obstante, se observa que cualitativamente los cambios en las cantidades demandadas son más notorios ante cambios en P1 que ante cambios en P2.

	Q1	**Q2**
Superficie de la cantidad demandada sobre los precios		
Curva de nivel sobre P1 mientras P2 permanece constante		
Curva de nivel sobre P2 mientras P1 permanece constante		

Además, y quizá lo más importante, los modelos analíticos encontrados nos permiten establecer una serie de **propiedades teóricas** de interés que nos lleva a conocer mejor los datos y, por consiguiente, el mercado al que hacen referencia (por ejemplo, marginalidad, elasticidad...). Así, por ejemplo, sabemos que, mientras el precio P2 permanezca constante en un valor $\underline{a}$, un aumento unitario del precio P1 a partir de un valor $\underline{b}$ hará disminuir la cantidad demandada del bien 1 en $8a/b^3$ aproximadamente ($Q1_{P1}= -8P2/P1^3$) o que, mientras el precio P1 permanezca constante en un valor $\underline{b}$, un aumento unitario del precio P2 hará aumentar Q1 en $4/b^2$ aproximadamente ($Q1_{P2}=4/P1^2$); o en términos porcentuales que, mientras el precio P2 permanezca constante, un aumento de un 1% en el precio P1 hará disminuir la cantidad demandada del bien 1 en un 2% aproximadamente ($\varepsilon_{Q1\text{-}P1}=Q1_{P1}P1/Q1$) o que, mientras P1 permanezca constante, un aumento de un 1% en P2 hará aumentar Q1 en la misma proporción porcentual aproximadamente ($\varepsilon_{Q1\text{-}P2}=Q1_{P2}P2/Q1$); o, más general, que si a partir de valores $\underline{a}$ y $\underline{b}$ de los precios respectivos P1 y P2, se modifican en cantidades $\underline{\alpha}$ y $\underline{\beta}$ entonces Q1 se vería modificada en $4(\beta b-2a\alpha)/b^3$ aproximadamente ($\Delta Q1 \cong Q1_{P1}\Delta P1+Q1_{P2}\Delta P2$), etc., etc. obteniendo así información cada vez más valiosa y no trivial sobre los datos. Análogas conclusiones podemos obtener para Q2.

De esta manera hemos visualizado a través de un sencillo ejemplo, el "valor añadido" que tiene el razonamiento frente a la intuición y la observación puramente numérica de datos, y el uso de modelos analíticos procedentes de las matemáticas como recurso para la economía.

REFERENCIAS

[1] de Guzmán, M., *Cómo hablar, demostrar y resolver en matemáticas*, Editorial Anaya 2003, Madrid.

[2] González-Concepción, C. y Gil-Fariña, M.C. *El lenguaje de la ciencia económica, ¿por qué la economía no prescinde de las matemáticas?*, RA-MA, Madrid, 2000.

[3] Kahneman, D., "Maps of Bounded Rationality: Psychology for Behavioral Economics", *The American Economic Review*, December 2003, págs. 1449-1475.

[4] Pulido San Román, A. *Los datos económicos: su significado real*, Editorial Pirámide, 1996, Madrid.

[5] Szenberg, M. (Editor), *Grandes economistas de hoy*, Editorial Debate, 1994, Madrid.

[6] Varian, H. R., Microeconomía Intermedia, Editorial Bosch, 2ª Edición, 1991, Barcelona.

[7] http://www.almaz.com/nobel/

[8] http://www.eumed.net/cursecon/economistas/index.htm