

GUIA DIDACTICA



MODULO 3

La geometría y la historia de la matemática en la enseñanza secundaria

11 de abril - 19 de abril de 2005

Sala de Grados del Edificio de Informática y
Matemáticas y Aula-Taller de Matemáticas de la
Facultad de Formación del Profesorado

<http://www.anamat.ull.es/sctm05>



Cursos Certificados de Formación Continua



Curso Interuniversitario
“Sociedad, Ciencia, Tecnología y Matemáticas” 2005
Guía Didáctica del Módulo 3
Universidad de Las Palmas de Gran Canaria

Coordinadores de Edición

M. Isabel Marrero Rodríguez
Juan A. García Cruz

Juan Rocha Martín
Francisco S. Cabrera Suárez
Victor M. Hernández Suárez

Diseño gráfico

M. Isabel Alonso Rodríguez

Maquetación

M. Isabel Marrero Rodríguez
Juan Rocha Martín

Las Palmas de Gran Canaria, marzo de 2005

Índice

Índice	5
Presentación	7
Programa.....	15
Resúmenes de las conferencias	19
Agustín Morales González y M. Dolores Moreno Martel <i>Modelos visuales en la clase de matemáticas</i>	21
Covadonga Blanco García y Teresa Otero Suárez <i>Geometría con papel (papiroflexia matemática)</i>	23
Claudi Alsina i Català <i>Los secretos geométricos en diseño y arquitectura</i>	25
Martin Kindt <i>La historia de las matemáticas en la enseñanza del análisis</i>	28

Presentación

Curso Certificado de Formación Continua “Sociedad, Ciencia, Tecnología y Matemáticas” 2005

Centro de Formación Continua
Universidad de Las Palmas de Gran Canaria

Objetivos

Las Matemáticas desempeñan un papel protagonista en nuestros días. Como herramienta fundamental para el análisis, la cuantificación y la modelización de fenómenos, están presentes en todas las disciplinas y aparecen continuamente en las más variadas situaciones de la vida cotidiana. Sin ellas no serían posibles los avances científicos y tecnológicos que sustentan la sociedad de la información o contribuyen al bienestar de sus ciudadanos.

Paradójicamente, tanto el conocimiento como el reconocimiento público de las Matemáticas son escasos. El objetivo del presente curso es destacar y difundir su importancia en los ámbitos social, científico y tecnológico, familiarizando al alumnado con las herramientas y los métodos matemáticos propios de las diferentes áreas de conocimiento, necesarios para entender el mundo en que vivimos.

Oferta formativa

El curso forma parte de la oferta oficial de Cursos Certificados que el Centro de Formación Continua de la Universidad de Las Palmas de Gran Canaria incluye en su programación, y tiene una carga lectiva de sesenta horas (seis créditos). Se estructura en tres módulos optativos e independientes de veinte horas (dos créditos) cada uno. Los dos primeros constan de cinco sesiones de cuatro horas y el tercero de cuatro sesiones de cinco horas, de acuerdo al siguiente calendario:

Módulo 1: Métodos matemáticos en ciencias sociales, economía, finanzas y administración de empresas

2, 9, 10, 16 y 17 de marzo de 2005, de 16:00 a 20:00 horas.

Módulo 2: Una panorámica de las matemáticas, hoy

30 y 31 de marzo - 6, 7 y 13 de abril de 2005, de 16:00 a 20:00 horas.

Módulo 3: La geometría y la historia de la matemática en la enseñanza secundaria

11, 12, 15 y 19 de abril de 2005, de 16:00 a 21:00 horas.

Contenidos

El módulo 1 pretende proporcionar una introducción a los métodos matemáticos en ciencias sociales, economía, finanzas y administración de empresas. La complejidad de los mercados económicos y la continua evolución de los instrumentos financieros han hecho crecer la demanda de especialistas cualificados en tales métodos (alguno de los cuales ha dado lugar a Premios Nobel) para el desarrollo, análisis y depuración de nuevos modelos teóricos de inmediata implementación práctica en los ámbitos bancario, corporativo y actuarial.

En el módulo 2 queremos invitar a una reflexión sobre las Matemáticas en sí mismas, tratar algunos aspectos de su interacción con otras ciencias (física, astrofísica, biología, medicina) y exponer algunas de sus aplicaciones tecnológicas e industriales.

Finalmente, el módulo 3 se compone de cuatro talleres orientados, principalmente, al ámbito de la educación matemática, y tiene por objeto dotar a profesores y futuros profesores de secundaria de nuevos recursos docentes basados en la geometría y la historia de las Matemáticas con los que promover desde el aula la apreciación social por esta ciencia.

Profesorado

El curso se concibe como un ciclo de conferencias y talleres. Cada tema será impartido por expertos de reconocido prestigio en la materia correspondiente, vinculados a las siguientes entidades e instituciones: Grupo Analistas Financieros Internacionales, Instituto de Astrofísica de Canarias, Fundación Canaria *Orotava* de Historia de la Ciencia, Freudenthal Instituut (Universidad de Utrecht, Holanda), Universidades de La Laguna, Las Palmas de Gran Canaria, Autónoma de Madrid, Barcelona, Coruña, País Vasco, Politécnica de Catalunya, Salamanca, Sevilla y Valencia, The University of Kansas (USA) y Real Sociedad Matemática Española. En particular, el curso servirá como muestra de la investigación básica y aplicada que se desarrolla en la Universidad, contribuyendo al acercamiento entre nuestra institución y la sociedad canaria.

Metodología

El nivel de las charlas (módulos 1 y 2) será divulgativo pero riguroso y se pondrá especial énfasis en las aplicaciones a la resolución de problemas reales de nuestro entorno más próximo. Se combinará la exposición con la discusión dirigida.

Los talleres (módulo 3) serán eminentemente prácticos, y responderán a una metodología activa y participativa.

Lugar de celebración

Todas las sesiones de los módulos 1 y 2 del curso tendrán lugar en la Sala de Grados del Edificio de Informática y Matemáticas de la Universidad de Las Palmas de Gran Canaria. El módulo 3 se desarrollará en el Aula-Taller de Matemáticas de la Facultad de Formación del Profesorado de la Universidad de Las Palmas de Gran Canaria.

Página web

Cualquier información, tanto documental como de contacto, relativa al Curso, y en particular los materiales docentes correspondientes a las distintas ponencias (según disponibilidad), pueden consultarse en la página web del mismo,

<http://www.anamat.ull.es/sctm05>.

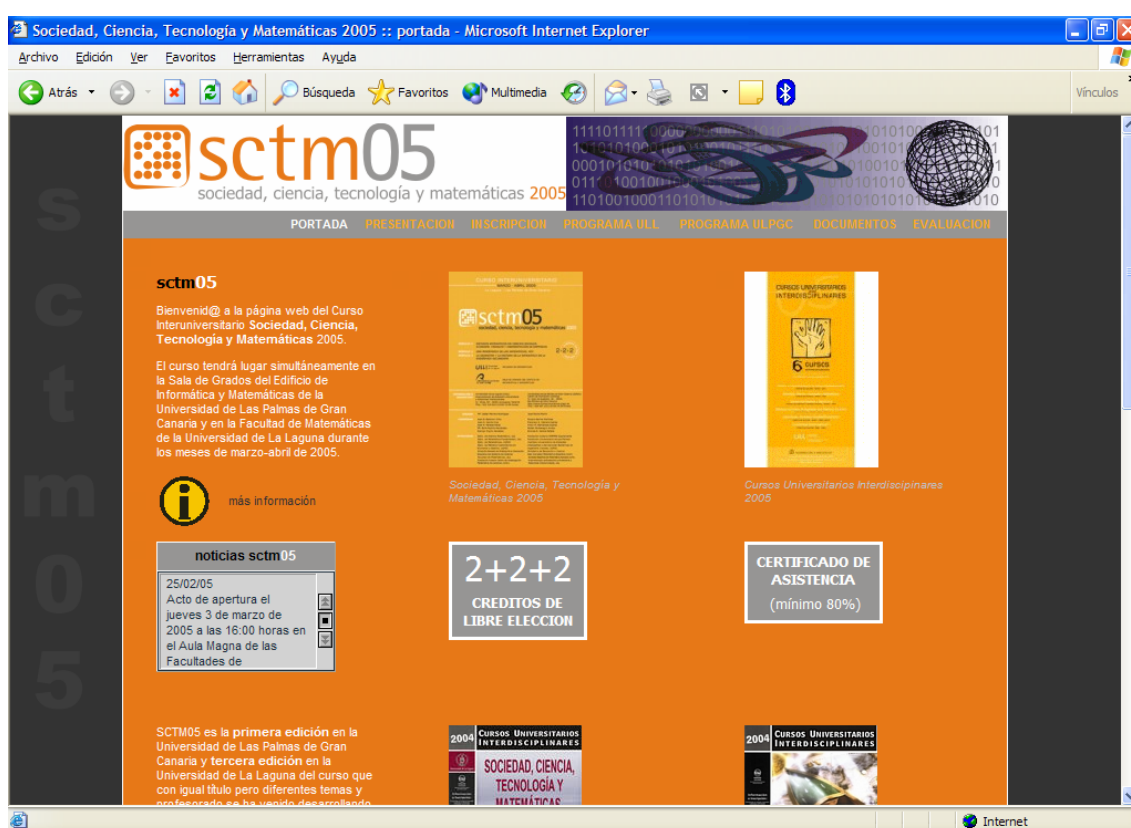


Figura 1. Portada de la página web del Curso.

Certificado de Asistencia

Habrà un control de asistencia en cada módulo. La Universidad de Las Palmas de Gran Canaria, por medio del Centro de Formación Continua, expedirá gratuitamente un *Certificado de Asistencia* a los alumnos matriculados que hayan atendido como mínimo al 80% del total de horas del módulo (cuatro de las cinco sesiones en los módulos 1 y 2 y tres de las cuatro sesiones en el módulo 3). Para obtener este certificado no es necesario someterse a prueba de evaluación alguna.

Convalidación por Créditos de Libre Elección

Cada módulo es convalidable por dos Créditos de Libre Elección, de acuerdo al procedimiento establecido por la normativa vigente.

En cumplimiento de dicha normativa, se propondrá una prueba de evaluación cuya valoración se hará según escala numérica de 0.0 a 10.0, con expresión de un decimal, a la que podrá añadirse su correspondiente calificación cualitativa: *no presentado (NP)*, en caso de incomparecencia; *0.0-4.9, suspenso (SS)*; *5.0-6.9, aprobado (AP)*; *7.0-8.9, notable (NT)*; *9.0-10.0, sobresaliente (SB)*. En la correspondiente acta de calificaciones sólo figurarán aquellos alumnos cuya asistencia haya sido superior al 80% de la carga lectiva de un módulo (cuatro de las cinco sesiones en los módulos 1 y 2 y tres de las cuatro sesiones en el módulo 3). Cada alumno con puntuación no inferior a 5.0 recibirá un *Certificado de Asistencia, Aptitud y Convalidación por Créditos de Libre Elección*, expedido por el Centro de Formación Continua, que recogerá toda la información del módulo y la calificación obtenida. Quienes figuren en acta con indicación de *no presentado* o con puntuación inferior a 5.0 recibirán el *Certificado de Asistencia, Aptitud y Convalidación por Créditos de Libre Elección* pero sin expresión de calificación alguna.

La evaluación de los **módulos 1 y 2** consistirá en la entrega de una memoria individual de entre seis y diez páginas sobre los contenidos del módulo evaluado, que sólo se calificará con *suspenso (SS)*, en una escala de 0.0 a 4.9, o *aprobado (AP)*, en una escala de 5.0 a 6.9. Para mejorar esta calificación será necesario someterse a un examen tipo *test*, que se puntuará de 0.0 a 10.0; la calificación final será la mayor de las obtenidas en las dos pruebas.

Es posible concurrir directamente al examen sin la realización previa del trabajo. En este caso la calificación final será la que corresponda al examen.

Apuntamos seguidamente algunas **recomendaciones básicas para una correcta redacción de las memorias** de evaluación:

- Se presentará una memoria por cada módulo cursado.
- Se elegirán **ocho** conferencias de las diez posibles en el módulo y se estructurará la memoria en otros tantos apartados. Cada apartado contendrá un **resumen** así como una **sucinta valoración personal** del contenido de la conferencia correspondiente. La valoración personal de una conferencia deberá incluir un comentario sobre las reflexiones que su análisis haya podido suscitar, además de una ponderación del nivel de satisfacción alcanzado respecto a las expectativas creadas.
- La memoria debe ser un trabajo **original e individual**. **Bajo ningún concepto puede limitarse a una mera copia** de los materiales docentes proporcionados con el curso (Guía Didáctica, sitio *web*, lecturas complementarias, etc.). Por el contrario, debe reflejar que el alumno ha asistido con aprovechamiento a las distintas sesiones del módulo y es capaz de sintetizar y expresar por escrito, con sus propios términos, el contenido de dichas sesiones, así como de formular razonadamente una valoración de las mismas.

En el caso del **módulo 3**, la evaluación consistirá en elegir tres de los cuatro talleres que lo componen y presentar un trabajo práctico por cada taller elegido, que deberá ir acompañado de un comentario sobre sus posibles aplicaciones didácticas, y que será puntuado de 0.0 a 10.0.

El siguiente cuadro recoge el calendario para la evaluación:

Módulo	Fecha límite para la entrega de memorias y trabajos	Fecha de realización del examen
1	viernes, 08/04/2005	viernes, 06/05/2005
2	viernes, 22/04/2005	viernes, 06/05/2005
3	viernes, 29/04/2005	---

Las memorias y trabajos se presentarán en la Secretaría del Departamento de Matemáticas, sita en el Edificio de Informática y Matemáticas de la Universidad de Las Palmas de Gran Canaria, en horario de 8:00 a 15:00 (lunes a viernes), a la atención de los coordinadores del módulo correspondiente; o bien (si procediese) electrónicamente, usando el formulario disponible en la dirección de Internet

<http://www.anamat.ull.es/sctm05/principal/contacto.html>.

Los exámenes tendrán lugar en la Sala de Grados del Edificio de Informática y Matemáticas, a las 17:30 horas.

Organización

El presente curso es fruto de una colaboración conjunta entre sendos equipos de profesores de las Universidades de La Laguna y Las Palmas de Gran Canaria, y se impartirá simultáneamente en ambos centros.

En la Universidad de La Laguna el curso forma parte de la programación de *Cursos Universitarios Interdisciplinarios 2005* del Vicerrectorado de Extensión Universitaria y Relaciones Institucionales, mientras que en la Universidad de Las Palmas de Gran Canaria se integra en la de *Cursos Certificados* del Centro de Formación Continua. Colaboran en su organización las siguientes entidades e instituciones:

- Departamento de Análisis Matemático, Universidad de La Laguna
- Departamento de Matemática Fundamental, Universidad de La Laguna
- Departamento de Matemáticas, Universidad de Las Palmas de Gran Canaria
- Departamento de Métodos Cuantitativos en Economía y Gestión, Universidad de Las Palmas de Gran Canaria
- Dirección General de Ordenación e Innovación Educativa del Gobierno de Canarias

- Facultad de Matemáticas, Universidad de La Laguna
- Fundación Canaria Centro de Investigación Matemática de Canarias (CIMAC)
- Fundación Universitaria de Las Palmas
- Instituto Universitario de Sistemas Inteligentes y Aplicaciones Numéricas en Ingeniería (IUSIANI), Universidad de Las Palmas de Gran Canaria
- Ministerio de Educación y Ciencia
- Real Sociedad Matemática Española (RSME)
- Sociedad Española de Matemática Aplicada (SeMA)
- Vicerrectorado de Extensión Universitaria y Relaciones Institucionales, Universidad de La Laguna

El Equipo Coordinador del curso está integrado por los siguientes profesores de las Universidades de La Laguna y Las Palmas de Gran Canaria:

Directores:

M. Isabel Marrero Rodríguez	Profesora Titular de Análisis Matemático Universidad de La Laguna
Juan Rocha Martín	Catedrático de Escuela Universitaria de Matemática Aplicada Universidad de Las Palmas de Gran Canaria

Coordinadores del módulo 1 en la Universidad de La Laguna:

Juan D. Betancor Ortiz	Profesor Asociado de Análisis Matemático
José M. Méndez Pérez	Catedrático de Análisis Matemático

Coordinadores del módulo 1 en la Universidad de Las Palmas de Gran Canaria:

Rosario Berriel Martínez	Profesora Titular de Matemática Aplicada
Dolores R. Santos Peñate	Profesora Titular de Economía Aplicada

Coordinadores del módulo 2 en la Universidad de La Laguna:

M. Edith Padrón Fernández	Profesora Titular de Geometría y Topología
Rodrigo Trujillo González	Profesor Titular de Análisis Matemático

Coordinadores del módulo 2 en la Universidad de Las Palmas de Gran Canaria:

Rafael A. Montenegro Armas	Catedrático de Matemática Aplicada
Juan Rocha Martín	

Coordinador del módulo 3 en la Universidad de La Laguna:

Juan A. García Cruz	Profesor Titular de Didáctica de la Matemática
---------------------	--

Coordinadores del módulo 3 en la Universidad de Las Palmas de Gran Canaria:

Francisco S. Cabrera Suárez	Catedrático de Escuela Universitaria de Matemática Aplicada
Víctor M. Hernández Suárez	Catedrático de Escuela Universitaria de Análisis Matemático

Para más información sobre los aspectos académicos del curso, consultar la página web <http://www.anamat.ull.es/sctm05> o contactar con el Equipo Coordinador, ya sea a través del correo electrónico sctm05@anamat.csi.ull.es o mediante el formulario disponible en la dirección de internet

<http://www.anamat.ull.es/sctm05/principal/contacto.html>.

Figura 2. Formulario para tutorías electrónicas.

Matrícula

El número de plazas está limitado a 80 en los dos primeros módulos y a 30 en el tercero. Se ofertan hasta 15 plazas gratuitas en este último para el profesorado de enseñanza secundaria que realice su inscripción dentro del plazo establecido al efecto.

En la Universidad de Las Palmas de Gran Canaria la matrícula se formalizará en el Centro de Formación Continua, C/. Juan de Quesada, 30, 35001 Las Palmas de Gran Canaria, de 10:00 a 14:00 horas (lunes a viernes).

La matrícula en cada módulo queda sujeta al siguiente calendario:

Módulo 1: 1 de febrero de 2005 a 1 de marzo de 2005.

Módulo 2: 1 de febrero de 2005 a 29 de marzo de 2005.

Módulo 3: 1 de febrero de 2005 a **8 de abril de 2005***.

* Salvo en el caso de los profesores de enseñanza secundaria que soliciten matrícula gratuita en el módulo 3, en cuyo caso la fecha límite de matriculación es el **28 de marzo de 2005**.

Las tasas de matrícula son las siguientes:

Un módulo (20 horas - 2 créditos):

- Estudiantes, desempleados, jubilados: 30,80€.
- Profesorado y PAS de la ULL y la ULPGC: 38,60€ - 35,20€ [consultar].
- Tarifa general: 44,00€.

Dos módulos (40 horas - 4 créditos):

- Estudiantes, desempleados, jubilados: 58,52€.
- Profesorado y PAS de la ULL y la ULPGC: 75,24€ - 66,88€ [consultar].
- Tarifa general: 83,60€.

Tres módulos (60 horas - 6 créditos) [curso completo]:

- Estudiantes, desempleados, jubilados: 86,24€.
- Profesorado y PAS de la ULL y la ULPGC: 110,88€ - 98,56€ [consultar].
- Tarifa general: 123,20€.

Para más información sobre los aspectos administrativos del curso, dirigirse al Centro de Formación Continua de la Universidad de Las Palmas de Gran Canaria a través del teléfono 928 457 222, de 10:00 a 14:00 horas (lunes a viernes), o a la dirección electrónica <http://www.formacióncontinua.ulpgc.es>.

Programa

Módulo 1: Métodos matemáticos en ciencias sociales, economía, finanzas y administración de empresas

Miércoles, 2 de marzo

16:00 18:00

La matemática borrosa en economía y gestión de empresas

Jaime Gil Aluja

Catedrático de Economía Financiera y Contabilidad, Universidad de Barcelona

18:00 20:00

Modelos matemáticos para la minería de datos

Emilio Carrizosa Priego

Profesor Titular de Estadística e Investigación Operativa, Universidad de Sevilla

Miércoles, 9 de marzo

16:00 18:00

Construyendo modelos en Economía

Concepción González Concepción

Catedrática de Economía Aplicada, Universidad de La Laguna

18:00 20:00

Estadística aplicada a los procesos electorales

José M. Bernardo Herranz

Catedrático de Estadística e Investigación Operativa, Universidad de Valencia

Jueves, 10 de marzo

16:00 18:00

Teoría de juegos: análisis matemático de conflictos

Fernando Fernández Rodríguez

Catedrático de Economía Aplicada, Universidad de Las Palmas de Gran Canaria

18:00 20:00

Problemas de localización

Dolores R. Santos Peñate

Profesora Titular de Economía Aplicada, Universidad de Las Palmas de Gran Canaria

Miércoles, 16 de marzo

16:00 18:00

El valor temporal del dinero**José L. Fernández Pérez***Catedrático de Análisis Matemático, Universidad Autónoma de Madrid.**Analistas Financieros Internacionales*

18:00 20:00

Beneficios fiscales y desarrollo económico en Canarias: presente y futuro**Matilde Asián González***Inspectora de Hacienda del Estado, Ministerio de Economía y Hacienda***Jueves, 17 de marzo**

16:00 18:00

Estadística y salud**Beatriz González López-Valcárcel***Catedrática de Economía Aplicada, Universidad de Las Palmas de Gran Canaria*

18:00 20:00

Estadística y medida del riesgo: el caso de los seguros automovilísticos**Francisco J. Vázquez Polo***Catedrático de Economía Aplicada, Universidad de Las Palmas de Gran Canaria***Módulo 2: Una panorámica de las matemáticas, hoy****Miércoles, 30 de marzo**

16:00 18:00

Matemáticas y robótica**Marta Sigut Saavedra***Profesora Asociada Doctora de Ingeniería de Sistemas y Automática, Universidad de La Laguna*

18:00 20:00

La ingeniería en matemáticas**José M. Pacheco Castela***Catedrático de Matemática Aplicada, Universidad de Las Palmas de Gran Canaria***Jueves, 31 de marzo**

16:00 18:00

Modelización matemática de los mecanismos de orientación en los cetáceos**Carmelo Militello Militello***Catedrático de Física Aplicada, Universidad de La Laguna*

18:00 20:00

Poincaré, el último matemático universalista

José M. García Calcines

Profesor Asociado Doctor de Geometría y Topología, Universidad de La Laguna

Miércoles, 6 de abril

16:00 18:00

Simulación numérica de campos de viento

Gustavo Montero García

Catedrático de Matemática Aplicada, Universidad de Las Palmas de Gran Canaria

18:00 20:00

Análisis espectral de nanoestructuras en tejidos biológicos

Rodolfo H. Torres

Professor, Department of Mathematics, The University of Kansas (USA)

Jueves, 7 de abril

16:00 18:00

Estabilidad de los sistemas planetarios

Manuel Vázquez Abeledo

Area de Investigación, Instituto de Astrofísica de Canarias

18:00 20:00

La paradoja en la ciencia y el arte

Marta Macho Stadler

Profesora Contratada Doctora de Geometría y Topología, Universidad del País Vasco

Miércoles, 13 de abril

16:00 18:00

En busca de la cuarta dimensión

Raúl Ibáñez Torres

Profesor Titular de Geometría y Topología, Universidad del País Vasco.

Presidente de la Comisión de Divulgación de la Real Sociedad Matemática Española

Miércoles, 13 de abril

18:00 - 20:00h.

La importancia de los modelos multidimensionales en el campo de la epidemiología

Pedro Saavedra Santana

Catedrático de Estadística e Investigación Operativa, Universidad de Las Palmas de Gran Canaria

Módulo 3: La geometría y la historia de la matemática en la enseñanza secundaria

Lunes, 11 de abril

16:00 21:00

Modelos visuales en la clase de matemáticas

Agustín Morales González y M^a Dolores Moreno Martel

Profesores Titulares de Escuela Universitaria de Didáctica de la Matemática, Universidad de Las Palmas de Gran Canaria

Martes, 12 de abril

16:00 21:00

Geometría con papel (papiroflexia matemática)

Covadonga Blanco García y Teresa Otero Suárez

Profesora Titular de Escuela Universitaria, Universidad da Coruña y Catedrática de Enseñanza Secundaria, IES “Antonio Fraguas” de Santiago de Compostela

Viernes, 15 de abril

16:00 21:00

Los secretos geométricos en diseño y arquitectura

Claudi Alsina i Català

Catedrático de Ciencias de la Computación e Inteligencia Artificial, Universitat Politècnica de Catalunya

Martes, 19 de abril

16:00 21:00

La historia de las matemáticas en la enseñanza del análisis

Martin Kindt

Profesor-Investigador, Freudenthal Instituut, Universidad de Utrecht (Holanda)



Resúmenes de las conferencias

Modelos visuales en la clase de matemáticas

Agustín Morales González y M. Dolores Moreno Martel
Profesores Titulares de Escuela Universitaria de Didáctica de la Matemática
Departamento de Matemáticas, Universidad de Las Palmas de Gran Canaria

Resumen

Si tenemos en cuenta la naturaleza de las Matemáticas, constataremos que la visualización constituye un aspecto extraordinariamente importante de la actividad matemática; así lo entendió C.F. Gauss, hasta el punto de considerar las Matemáticas como una “ciencia del ojo”.

Esta importancia es puesta de relieve por M. de Guzmán (1996) al señalar que *las ideas, conceptos y métodos de las Matemáticas presentan una gran cantidad de contenidos visuales, representables intuitivamente, geoméricamente, cuya utilización resulta muy provechosa, tanto en las tareas de presentación y manejo de tales conceptos y métodos como en la manipulación con ellos para la resolución de problemas del campo...* de modo que *la visualización aparece así como algo profundamente natural, tanto en el nacimiento del pensamiento matemático como en el descubrimiento de nuevas relaciones entre los objetos matemáticos, y también, naturalmente, en la transmisión y comunicación propias del quehacer matemático.*

Si bien es cierto que desde un punto de vista formalista se han puesto muchas objeciones al empleo de dibujos, figuras, y en general, representaciones gráficas dado que su empleo puede conducir a errores, actualmente se percibe una tendencia a recuperar el papel de la visualización en todos los niveles de la actividad matemática.

En Nelsen (1993) se recoge una cita debida a Halmos, según la cual para ser un buen estudiante de Matemáticas se debe haber nacido con la habilidad de visualizar, de modo que la mayoría de los profesores trata de desarrollar esta habilidad en sus estudiantes. Recuerda asimismo el clásico consejo de Polya (1965) relativo a la conveniencia de dibujar una figura a la hora de resolver un problema.

En esta sesión pretendemos ofrecer una muestra variada de situaciones, en su mayor parte propuestas en clase a los alumnos de la Facultad de Formación del Profesorado, en las que una representación adecuada resulta muy útil, cuando no imprescindible, para llevar a cabo diversos tipos de razonamientos, tales como el inductivo, el analógico, y el deductivo.

Sin embargo, hemos constatado que su uso no está exento de dificultades, entre las cuales quizás la principal sea la poca costumbre que la mayoría de nuestros alumnos tiene de pensar con representaciones visuales y, mucho menos, de elaborarlas por sí mismos.

Referencias

- E. Castro, E. Castro: *Representaciones y modelización*. En *La educación matemática en la enseñanza secundaria* (L. Rico, coord.), ICE-Horsori, Barcelona, 1997.
- T. Eisenberg, T. Dreyfuss: *On the reluctance to visualize in mathematics*. En *Visualization in teaching and learning mathematics* (W. Zimmermann and W. Cunningham, eds.), The Mathematical Association of America, Washington, 1990.
- M. de Guzmán: *Para pensar mejor*. Labor, Barcelona, 1991.
- M. de Guzmán: *El rincón de la pizarra: ensayos de visualización en análisis matemático*. Pirámide, Madrid, 1996.
- A. Jouette: *El secreto de los números*. Robinbook, Barcelona, 2000.
- NCTM: *Principios y estándares para la educación matemática*. Sociedad Andaluza de Educación Matemática "Thales", Sevilla, 2003.
- R.B. Nelsen: *Proofs without words*. The Mathematical Association of America, Washington, 1993.
- G. Polya: *Cómo plantear y resolver problemas*. Trillas, México, 1965.
- L. Rico (coord.): *La educación matemática en la enseñanza secundaria*. ICE-Horsori, Barcelona, 1997.
- Shell Centre for Mathematical Education: *Problemas con pautas y números*. Universidad del País Vasco, Bilbao, 1996.
- M.M. Socas et al.: *Iniciación al álgebra*. Síntesis, Madrid, 1989.
- K. Stacey, S. Groves: *Resolver problemas: estrategias*. Narcea, Madrid, 1999.

Geometría con papel (papiroflexia matemática)

Covadonga Blanco García y Teresa Otero Suárez
Profesora Titular de Escuela Universitaria y Catedrática de Enseñanza Secundaria
Departamento de Matemáticas,
Universidade da Coruña e IES “Antonio Fraguas” de Santiago de Compostela

Resumen

Papiroflexia es una palabra de origen latino que significa “doblar el papel” y, por extensión, darle la figura de determinados seres u objetos. Nace en Japón en el siglo VI de nuestra era. Se puede clasificar de acuerdo a la finalidad, a la forma del papel o a la cantidad de trozos.

Por ser un arte, una ciencia y un entretenimiento simultáneamente, la papiroflexia es una herramienta docente muy potente en el estudio de las matemáticas.

Tentativamente, se trabajarán los siguientes contenidos:

1. Bases y diagramas. Descripción de las bases fundamentales, lectura de diagramas y mapa de cicatrices. Geometría en los mapas de cicatrices de las bases.

2. Poliedros en papel. Realización de los 5 sólidos platónicos utilizando distintas técnicas:

- **Hexaedro o cubo.**

- Modular: módulo Sonobè. Poliedro de 6, 12 y 30 módulos.
- Tradicional: con una sola hoja de papel. Dado trucado.

- **Tetraedro, octoedro e icosaedro.** Familia de módulos. En la realización del módulo básico se construirán el ángulo de 60° y el triángulo equilátero.

- **Dodecaedro.** Dodecaedro de caras. Construcción con cinco colores en cada cara. Modular.

Apéndice. División de una hoja de papel en un número impar de pliegues y superficies regladas: paraboloides hiperbólicos y silla del mono.

Se comentarán fuentes bibliográficas y en la Red.

El taller lo impartiremos dos personas. Las profesoras nos turnaremos en la explicación de las figuras, lo que contribuirá al dinamismo del curso, y ayudaremos de forma individualizada en la realización de las mismas, pues el objetivo es la finalización de los distintos modelos por parte de todos los asistentes.

Como apoyo visual se contará con una presentación en PowerPoint de cada uno de los apartados, lo que permitirá introducir material gráfico, como fotografías y diagramas.

De manera simultánea a la realización de los distintos modelos se hará incidencia en los conceptos matemáticos que se pueden trabajar con el material obtenido.

Referencias

- P. Bascetta: Origami: Geometria con la carta (I). *Quadrato magico*, 52 (1998). [Disponible en <http://www.origami-cdo.it/articoli/artgeo.htm>].
- D. Brill: *Brilliant origami*. Japan Publications, Tokyo, 2001.
- T. Fusè: *Unit origami: Multidimensional transformations*. Japan Publications, Tokyo, 2000.
- K. Kasahara, T. Takahama: *Papiroflexia "origami" para expertos*. EDAF, Madrid, 2000.
- P. Macchi, P. Scaburri: *Nuevos objetos de papiroflexia*. Editorial De Vecchi, Barcelona, 1997.
- J. de la Peña Hernández: *Matemáticas y papiroflexia*. Asociación Española de Papiroflexia, Madrid, 2001.
- A. Rodríguez, A. Fernández: *Análisis de la actividad de origami*. [Disponible en <http://www.pajarita.org/aep/articulos/ARTIC5-4.PDF>].
- L. Simos, R. Gurkewitz, B. Arnstein: *Modular origami polyhedra*. Dover, New York, 1999.
- Axiomatic origami - or the mathematical backbone of paper folding*,
<http://cgm.cs.mcgill.ca/~athens/cs507/Projects/2002/ChristianLavoie/maths.html>.
- Origami* (E. Dray, S. Mamino), http://digilander.libero.it/modulandia/modelli_dod.htm.
- Origami and geometric constructions*,
<http://kahuna.merrimack.edu/~thull/omfiles/geoconst.html>.
- Página oficial de la Asociación Española de Papiroflexia*, <http://www.pajarita.org>.
- Página web de J.I. Royo Prieto*, <http://xtsunxet.usc.es/royoprieto>.

Los secretos geométricos en diseño y arquitectura

Claudi Alsina i Català

Catedrático de Ciencias de la Computación e Inteligencia Artificial
Departamento de Estructuras a l'Arquitectura, Universitat Politècnica de Catalunya

Resumen

La propuesta de este taller es hacer un recorrido sobre los curiosos secretos geométricos que encontramos en Arquitectura y en Diseño, descubriendo con ello el valor de la Geometría para dar forma y función a espacios u objetos de interés humano. Se abordarán a través de imágenes multimedia los siguientes temas:

1. Orientación geográfica
2. La modelización geométrica
3. La representación geométrica
4. Modularidad
5. Proporción
6. Inclinação estructural
7. Fractalidad
8. Acústica
9. Formas poligonales y circulares
10. Las curvas y los arcos
11. Formas poliédricas
12. Superficies quebradas
13. Formas conoidales y cilíndricas
14. Esferas y paraboloides de revolución
15. Los hiperboloides de 1 hoja
16. El paraboloides hiperbólico
17. La simetrización
18. Forma y función

Referencias

- C. Alexander: *La estructura del medio ambiente*. Tusquets, Barcelona, 1971.
C. Alsina: *Una matemática feliz y otras conferencias*. OMA, Buenos Aires, 1995.
C. Alsina: *Contar bien para vivir mejor*. Rubes, Barcelona, 1998.
C. Alsina: *Sorpresas geométricas*. OMA, Buenos Aires, 2000.
C. Alsina: *La matemática hermosa... y otras conferencias*. OMA, Buenos Aires, 2000.
C. Alsina: *Geometría y realidad*. En *Aspectos didácticos de matemáticas 8*, ICE de la Universidad de Zaragoza, Zaragoza (2001), pp. 11-32.
C. Alsina: *Geometría cotidiana: placeres y sorpresas del diseño*. Rubes, Barcelona, 2005.
C. Alsina, J.M. Fortuny, R. Pérez: *¿Por qué geometría? Propuestas didácticas para la ESO*. Síntesis, Madrid, 1997.
C. Alsina, J. Gómez: *Gaudí engineer*. *Crossing 2* (2001), 72-80.
C. Alsina, E. Trillas: *Lecciones de álgebra y geometría*. Gustavo Gili, Barcelona, 1986.
J. Bassegoda: *Antoni Gaudí*. Edicions 62, Barcelona, 1992.

- J. Bassegoda, G. García: *La cátedra de Antoni Gaudí: estudio analítico de su obra*. Edicions UPC, Barcelona, 1999.
- J. Bergós: *Gaudí: l'home i l'obra*. Edicions UPC, Barcelona, 1974.
- B. Bolt: *Mathematics meets technology*. Cambridge University Press, Cambridge, 1991.
- G. Boltyanskii: *The decomposition of figures into smaller parts*. University of Chicago Press, Chicago, 1980.
- J. Bonet: *L'últim Gaudí*. Pòrtic, Barcelona, 2000.
- D. Burger: *Sphereland: A fantasy about curved spaces and expanding universe*. Harper and Row, New York, 1983.
- M. Burry: *Expiatory church of the Sagrada Família: Antoni Gaudí*. Phaidon, Londres, 1993.
- G.R. Collins: *Antonio Gaudí*. Braziller, Nueva York, 1960.
- T.A. Cook: *The curves of life: Being an account of spiral formations and their applications to growth in nature, to science, and to art*. Dover Publications, New York, 1979.
- R. Courant, H. Robbins: *What is Mathematics?* Oxford University Press, New York, 1941.
- H.S.M. Coxeter: *Fundamentos de Geometría*. Limusa-Wiley, México, 1971.
- J. Estalella: *Ciencia recreativa*. Gustavo Gili, Barcelona, 1920.
- S. Garfunkel et al.: *Modelling our world (Arise Project)*. COMAP, Lexington, 1998-2000.
- M.C. Ghyka: *Estética de las proporciones en la naturaleza y en las artes*. Poseidón, Barcelona, 1977.
- J. Gómez et al.: *La Sagrada Família: de Gaudí al CAD*. Edicions UPC, Barcelona, 1996.
- G. Guillén: *Poliedros*. Síntesis, Madrid, 1990.
- R. Ibáñez: *El vientre de un arquitecto (la búsqueda de la forma)*. En *Un paseo por la geometría*, Publicaciones del Departamento de Matemáticas UPV-EHU (2004), pp. 155-186.
- Le Corbusier: *El Modulor* (vols. I, II). Poseidón, Barcelona, 1976.
- J. Malkevitch: *Finding room in the curriculum for recent geometry*. En *Perspective on the teaching of geometry for the 21st Century: An ICMI study* (C. Mammana and V. Villani, eds.), Kluwer, Dordrecht, 1998, pp. 18-24.
- J. Malkevitch: *Geometry and reality*. En *Perspective on the teaching of geometry for the 21st Century: An ICMI study* (C. Mammana and V. Villani, eds.), Kluwer, Dordrecht, 1998, pp. 85-99.
- J. Malkevitch: *Geometry's future*. COMAP, Lexington, 1998.
- C. Mammana, V. Villani (eds.): *Perspective on the teaching of geometry for the 21st Century: An ICMI study*. Kluwer, Dordrecht, 1998.
- L. March, P. Steadman: *The geometry of environment*. RIBA, Londres, 1971.
- D. Pedoe: *La geometría en el arte*. Gustavo Gili, Barcelona, 1979.
- N. Pennick: *Sacred geometry*. Turnstone Press, Wellingborough, 1980.
- G. Plugh: *Polyhedra, a visual approach*. University of California Press, Londres, 1976.
- G. Polya: *Cómo plantear y resolver problemas*. Trillas, México, 1985.
- L. Quaroni: *Proyectar un edificio: ocho lecciones de arquitectura*. Xarait Ediciones, Madrid, 1980.
- M. Salvador: *Why buildings stand up*. W.W. Norton, New York, 1990.

- M. Senechal, G. Fleck: *Shaping space: A polyhedral approach*. Design Science Collection, Birkhauser, Boston, 1988.
- L.A. Steen (ed.): *For all practical purposes*. COMAP, W.H. Freeman and Co., New York, 1994.
[Versión española: *Matemáticas en la vida cotidiana*. Addison-Wesley, Madrid, 1999].
- D. Thompson: *On growth and form*. Cambridge University Press, Cambridge, 1961.
- J. Tokutoshi: *El mundo enigmático de Gaudí*. Instituto de España, Madrid, 1983.
- E. Veloso: *Geometria: Temas actuais*. Instituto de Inovação Educacional, Ministerio da Educação, Lisboa, 1998.

La historia de las matemáticas en la enseñanza del análisis

Martin Kindt
Profesor-Investigador
Freudenthal Instituut, Universidad de Utrecht (Holanda)

Resumen

El nacimiento del Cálculo Infinitesimal pasó en la segunda mitad del siglo XVII por la obra de Newton y Leibniz. Como sabemos, Newton no hizo inscribir su hijo espiritual a tiempo, y es por ello que este nacimiento oficialmente está registrado en octubre de 1684 con el artículo de Leibniz: *Nova methodus pro maximis et minimis, itemque tangenribus, quae nec fractas, nec irrationales quantitates moratur, & singulare pro illis calculi genus*.

No podemos olvidar que la gestación duró casi 2000 años. Comenzó cuando los griegos lograron determinar áreas y volúmenes por un proceso que denominaron *método de exhaustión*. El estudio de este método mediante las excelentes demostraciones de Euclides y Arquímedes no sólo es muy interesante, sino también muy instructivo como anticipación de dos conceptos básicos del Análisis, los de “límite” y “suma de Riemann”.

Una segunda etapa importante en el desarrollo embrionario del Análisis es el *cálculo de indivisibles*, que es practicado por dos discípulos de Galileo, Cavalieri y Torricelli, en el comienzo del Siglo de Oro. Después, en este siglo se aceleró fuertemente el crecimiento del embrión gracias a las obras de muchos matemáticos famosos en la Europa occidental. Finalmente, fue el inglés Barrow, maestro de Newton, quien descubrió la sorprendente relación entre área y tangente.

En el taller vamos a recorrer unos fragmentos de la evolución prenatal del Análisis y discutir la posible conexión de estos ejemplos con la enseñanza actual.