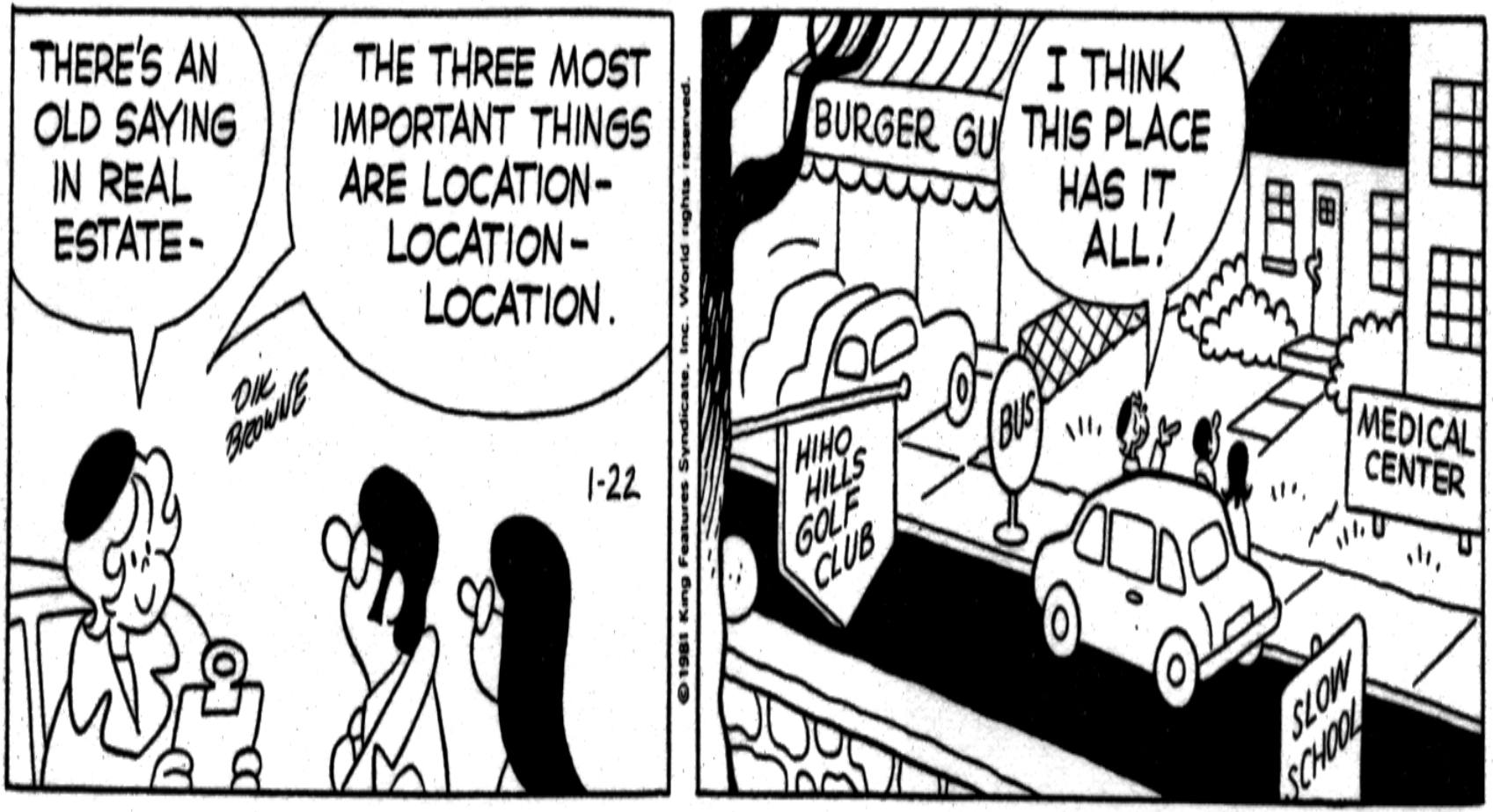
Problemas de Localización

Dolores R. Santos Peñate

Departamento de Métodos Cuantitativos en Economía y Gestión
Universidad de Las Palmas de Gran Canaria
drsantos@dmc.ulpgc.es

Marzo 2005



Hi & Lois, en "Discrete Location Theory", Mirchandani y Francis

"location, location, location"

- http://www.entrepreneur.com/mag/article/0,1539,226855,00.html
  El fundador de McDonald $\longrightarrow$ **"location, location, location"**

"location, location, location"

- http://www.entrepreneur.com/mag/article/0,1539,226855,00.html
  El fundador de McDonald $\longrightarrow$ **"location, location, location"**
- http://www.chooseenterprise.com/downloads/smallbuguide.doc
  Conrand Hilton $\longrightarrow$ los tres factores más importantes para conseguir el éxito de un hotel: **"location, location, location"**

"location, location, location"

- http://www.entrepreneur.com/mag/article/0,1539,226855,00.html
  El fundador de McDonald $\longrightarrow$ **"location, location, location"**
- http://www.chooseenterprise.com/downloads/smallbuguide.doc
  Conrand Hilton $\longrightarrow$ los tres factores más importantes para conseguir el éxito de un hotel: **"location, location, location"**
- http://www.pharmj.com/Editorial/20001007/comment/bs_location.html
  Charles Forte (Lord Forte) $\longrightarrow$ sobre el éxito de sus hoteles: **"location, location, location"**

- Euro Working Group on Locational Analysis (EWGLA)
  http://www.vub.ac.be/EWGLA/

- Euro Working Group on Locational Analysis (EWGLA)
  http://www.vub.ac.be/EWGLA/
- Grupo Español de Localización (GELOCA)
  http://www.um.es/geloca/

- Euro Working Group on Locational Analysis (EWGLA)
  http://www.vub.ac.be/EWGLA/
- Grupo Español de Localización (GELOCA)
  http://www.um.es/geloca/
- Informs. Section on Locational Analysis (SOLA)
  http://www.ent.ohiou.edu/ thale/sola/sola.html

Bibliografía

- Daskin, M.S. (1995) Network and discrete location. Models, algorithms, and applications.
- Drezner Z. Editor (1995) Facility location. A survey of applications and methods.
- Drezner, Z. and H.W. Hamacher (2002) Facility location. Applications and theory.
- Eiselt, H.A. and G. Laporte (1989) Competitive spatial models. EJOR 39, 231-242

- Número de centros que deben ser instalados
- Lugares donde deben ser instalados los centros
- Características de los centros
- Asignación de la demanda a los centros
- Momento en que deben estar instalados los centros

- Número de centros que deben ser instalados
- Lugares donde deben ser instalados los centros
- Características de los centros
- Asignación de la demanda a los centros
- Momento en que deben estar instalados los centros

- Número de centros que deben ser instalados
- Lugares donde deben ser instalados los centros
- Características de los centros
- Asignación de la demanda a los centros
- Momento en que deben estar instalados los centros

- Número de centros que deben ser instalados
- Lugares donde deben ser instalados los centros
- Características de los centros
- Asignación de la demanda a los centros
- Momento en que deben estar instalados los centros

- Número de centros que deben ser instalados
- Lugares donde deben ser instalados los centros
- Características de los centros
- Asignación de la demanda a los centros
- Momento en que deben estar instalados los centros

- Número de centros que deben ser instalados
- Lugares donde deben ser instalados los centros
- Características de los centros
- Asignación de la demanda a los centros
- Momento en que deben estar instalados los centros

Elementos implicados:

localización $\longleftrightarrow$ asignación $/$ elección $\longleftrightarrow$ transporte

Instalaciones
- preferible la **proximidad** a los usuarios
  [escuelas, hospitales, supermercados]
- preferible el **alejamiento** de la población
  [centrales nucleares]

Objetivos:

minisum / **minimax** / **maximin**

[privado / público / no deseado]

El problema de Weber

- "Determinar el punto (x, y) que minimiza la suma de las distancias euclídeas ponderadas entre ese punto y n puntos dados (a_i, b_i), $i = 1, ..., n$."

$$\min_{(x,y)} \left\{ f(x,y) = \sum_{i=1}^{n} w_i d_i(x,y) \right\}$$

donde $d_i(x, y) = \sqrt{(x - a_i)^2 + (y - b_i)^2}$.

El problema de Weber

- "Determinar el punto (x, y) que minimiza la suma de las distancias euclídeas ponderadas entre ese punto y n puntos dados (a_i, b_i), $i = 1, ..., n$."

$$\min_{(x,y)} \left\{ f(x,y) = \sum_{i=1}^{n} w_i d_i(x,y) \right\}$$

donde $d_i(x, y) = \sqrt{(x - a_i)^2 + (y - b_i)^2}$.

- $(a_i, b_i) \longrightarrow$ localización de clientes

El problema de Weber

- "Determinar el punto (x, y) que minimiza la suma de las distancias euclídeas ponderadas entre ese punto y n puntos dados (a_i, b_i), $i = 1, ..., n$."

$$\min_{(x,y)} \left\{ f(x,y) = \sum_{i=1}^{n} w_i d_i(x,y) \right\}$$

donde $d_i(x, y) = \sqrt{(x - a_i)^2 + (y - b_i)^2}$.

- $(a_i, b_i) \longrightarrow$ localización de clientes
- $w_i \longrightarrow$ coste de transporte por unidad de distancia desde el punto de suministro al cliente i en (a_i, b_i)

El problema de Weber

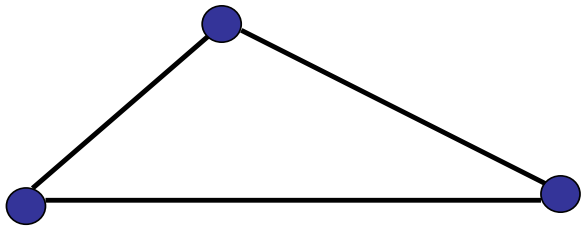
- "Determinar el punto (x, y) que minimiza la suma de las distancias euclídeas ponderadas entre ese punto y n puntos dados (a_i, b_i), $i = 1, ..., n$."

$$\min_{(x,y)} \left\{ f(x,y) = \sum_{i=1}^{n} w_i d_i(x,y) \right\}$$

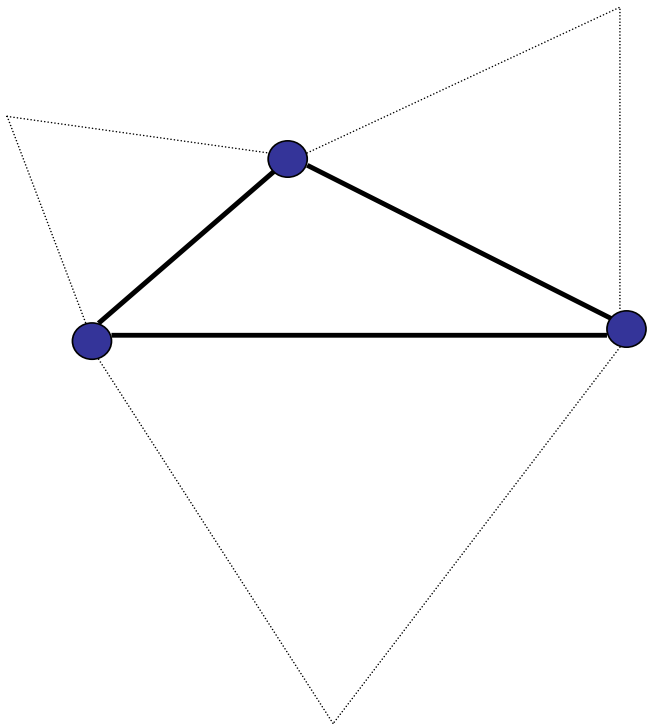
donde $d_i(x, y) = \sqrt{(x - a_i)^2 + (y - b_i)^2}$.

- $(a_i, b_i) \longrightarrow$ localización de clientes
- $w_i \longrightarrow$ coste de transporte por unidad de distancia desde el punto de suministro al cliente i en (a_i, b_i)
- $(x, y) \longrightarrow$ localización del punto de suministro

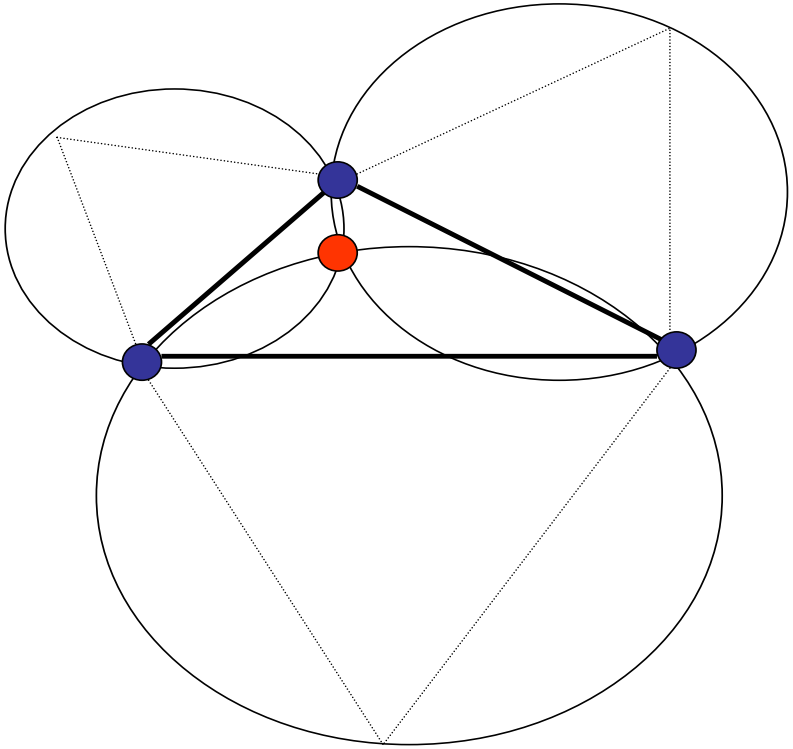
El problema de Weber y el punto de Torricelli



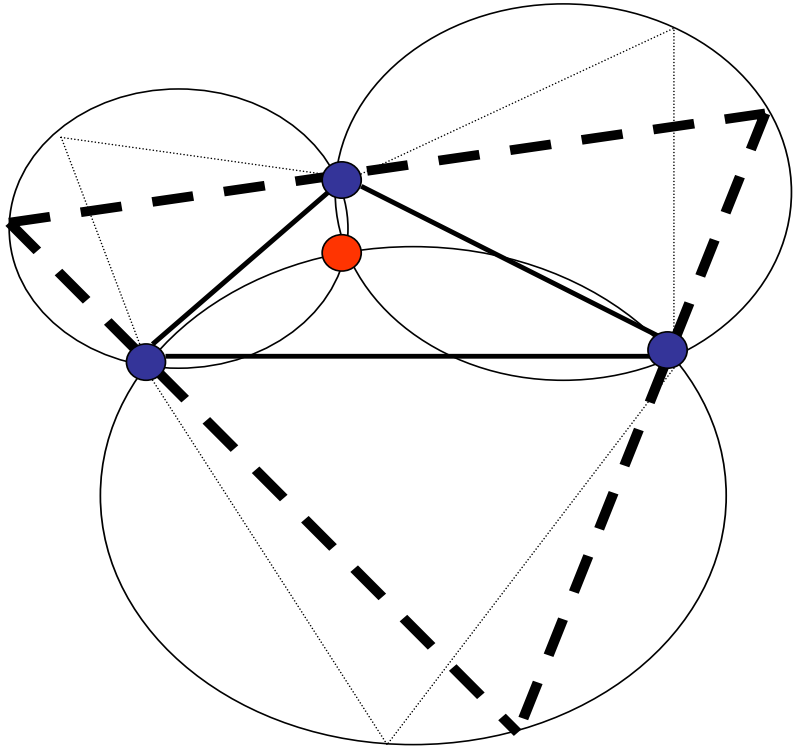
El problema de Weber y el punto de Torricelli



El problema de Weber y el punto de Torricelli



El problema de Weber y el punto de Torricelli



Modelos de cubrimiento y de los p centros

Cubrimiento total:

Determinar el mínimo número de centros y su localización de manera que todo punto de demanda esté cubierto por al menos un centro

Modelos de cubrimiento y de los p centros

Cubrimiento total:

Determinar el mínimo número de centros y su localización de manera que todo punto de demanda esté cubierto por al menos un centro

Cubrimiento maximal:

Determinar las localizaciones de un máximo de p centros de manera que la demanda cubierta sea máxima

Modelos de cubrimiento y de los p centros

Cubrimiento total:

Determinar el mínimo número de centros y su localización de manera que todo punto de demanda esté cubierto por al menos un centro

Cubrimiento maximal:

Determinar las localizaciones de un máximo de p centros de manera que la demanda cubierta sea máxima

p-centros:

Determinar el conjunto de las localizaciones de p centros que minimiza el máximo de las distancias entre cada nodo de demanda y el centro asignado

Modelos de cubrimiento y de los p centros

Cubrimiento total: puntos de demanda / localizaciones candidatas / distancias nodos de demanda-localizaciones candidatas / distancia de cubrimiento

Determinar: mínimo número de centros y su localización que cubren toda la demanda [Pueden ser necesarios demasiados centros (coste alto)]

Modelos de cubrimiento y de los p centros

Cubrimiento total: puntos de demanda / localizaciones candidatas / distancias nodos de demanda-localizaciones candidatas / distancia de cubrimiento

Determinar: mínimo número de centros y su localización que cubren toda la demanda [Pueden ser necesarios demasiados centros (coste alto)]

Cubrimiento maximal [relajar la restricción de cubrimiento total]: datos de cubrimiento total / número de centros p / demanda

Determinar: localizaciones de un máximo de p centros que maximizan la demanda cubierta

Modelos de cubrimiento y de los p centros

Cubrimiento total: puntos de demanda / localizaciones candidatas / distancias nodos de demanda-localizaciones candidatas / distancia de cubrimiento

Determinar: mínimo número de centros y su localización que cubren toda la demanda [Pueden ser necesarios demasiados centros (coste alto)]

Cubrimiento maximal [relajar la restricción de cubrimiento total]: datos de cubrimiento total / número de centros p / demanda

Determinar: localizaciones de un máximo de p centros que maximizan la demanda cubierta

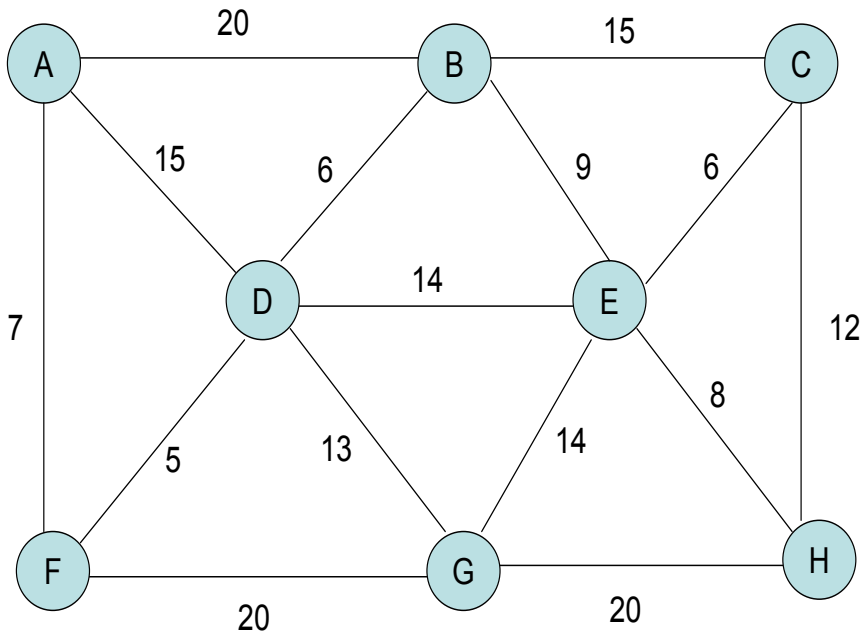
p-centros [relajar la distancia de cubrimiento] : nodos de demanda / localizaciones candidatas / distancias / número de centros p

Determinar: las localizaciones de los p centros de forma que toda la demanda sea cubierta y la distancia de cubrimiento sea mínima

Modelo de las p medianas

p-medianas:
puntos de demanda / localizaciones candidatas / distancias nodos de demanda-localizaciones candidatas / demanda / número de centros p

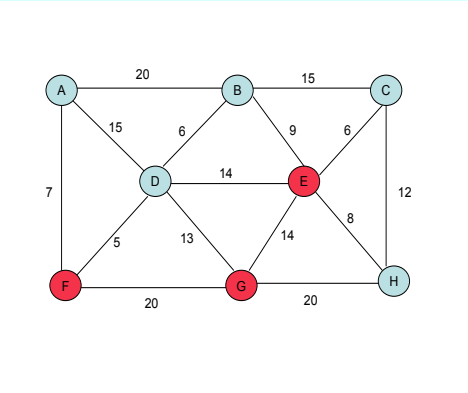
Determinar las localizaciones de los p centros que minimizan la distancia total de desplazamiento


A
B
C
D
E
F
G
H
20
15
15
6
9
6
14
7
12
8
5
13
14
20
20

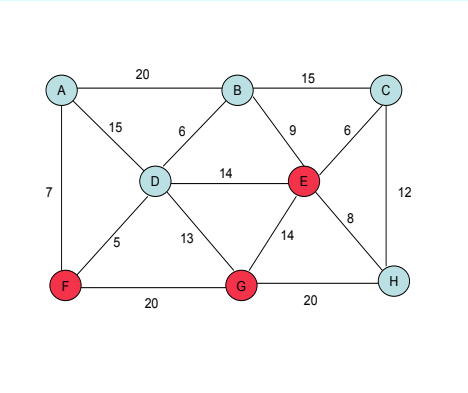
Localidades	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	18	32	12	26	7	25	34
B	18	0	15	6	9	11	19	17
C	32	15	0	20	6	25	20	12
D	12	6	20	0	14	5	13	22
E	26	9	6	14	0	19	14	8
F	7	11	25	5	19	0	18	27
G	25	19	20	13	14	18	0	20
H	34	17	12	22	8	27	20	0

Table: Distancias

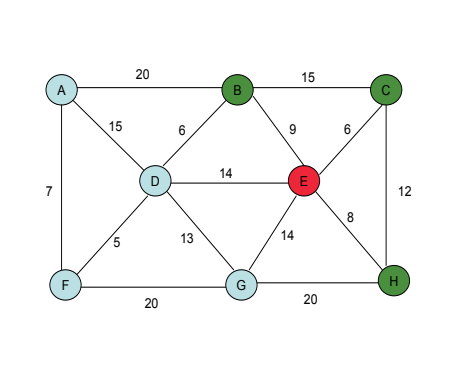
Cubrimiento total (s=10)



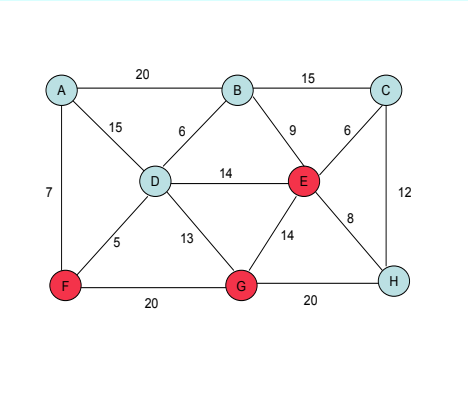
Cubrimiento total (s=10)



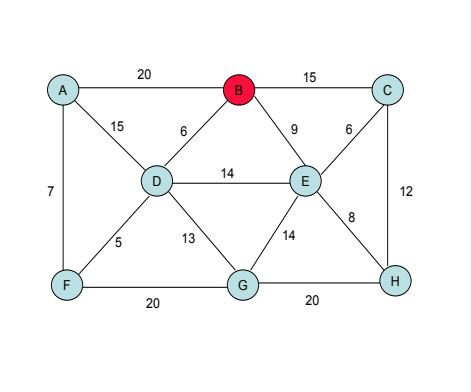
Cubrimiento maximal (s=10, p=1)



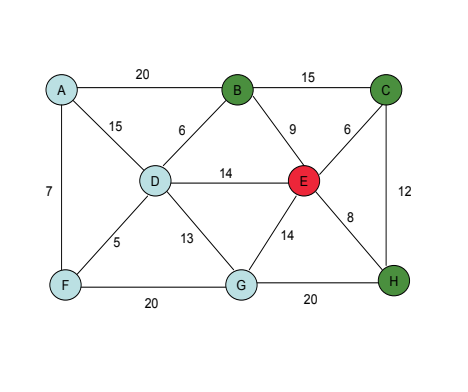
Cubrimiento total (s=10)



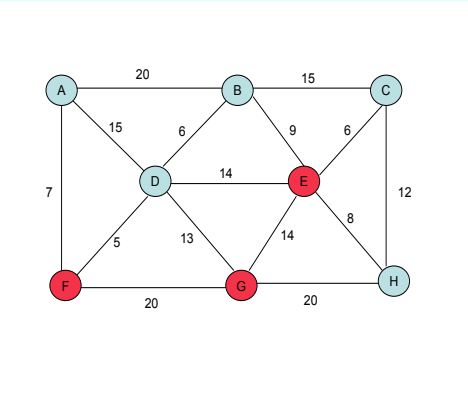
1-centro [s=19]



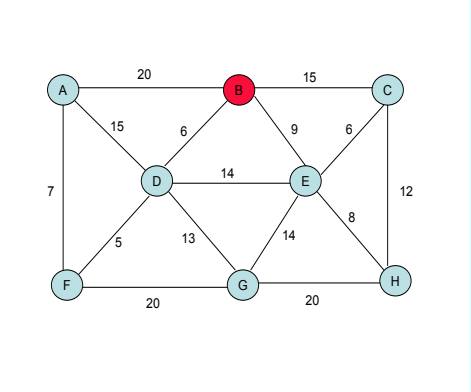
Cubrimiento maximal (s=10, p=1)



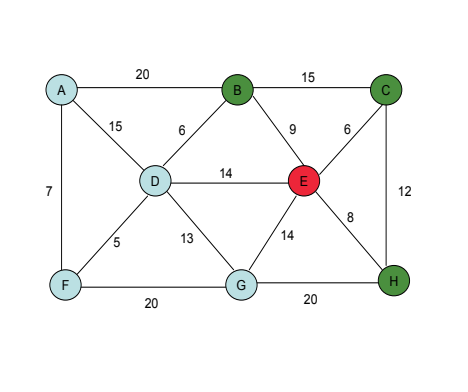
Cubrimiento total (s=10)



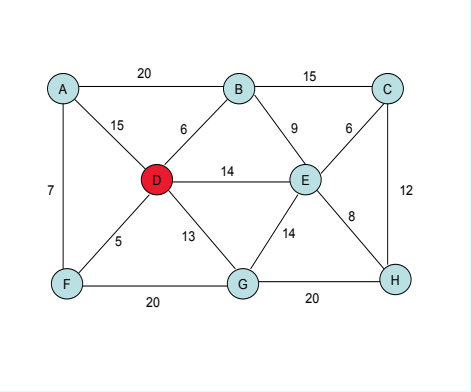
1-centro [s=19]



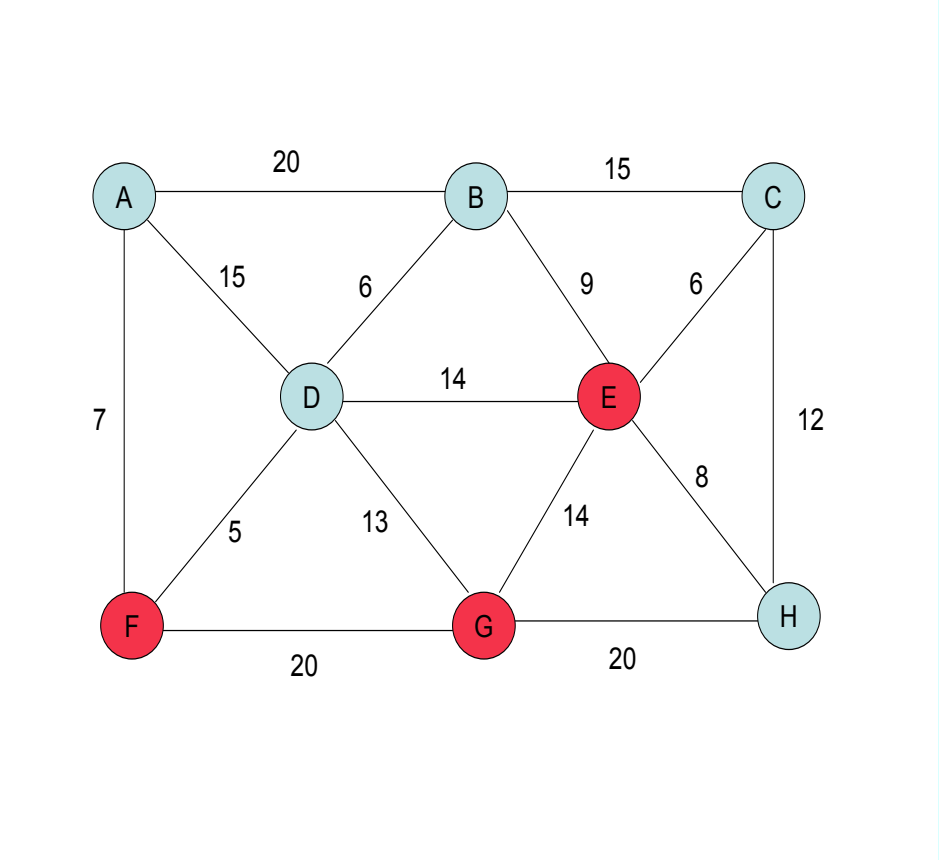
Cubrimiento maximal (s=10, p=1)



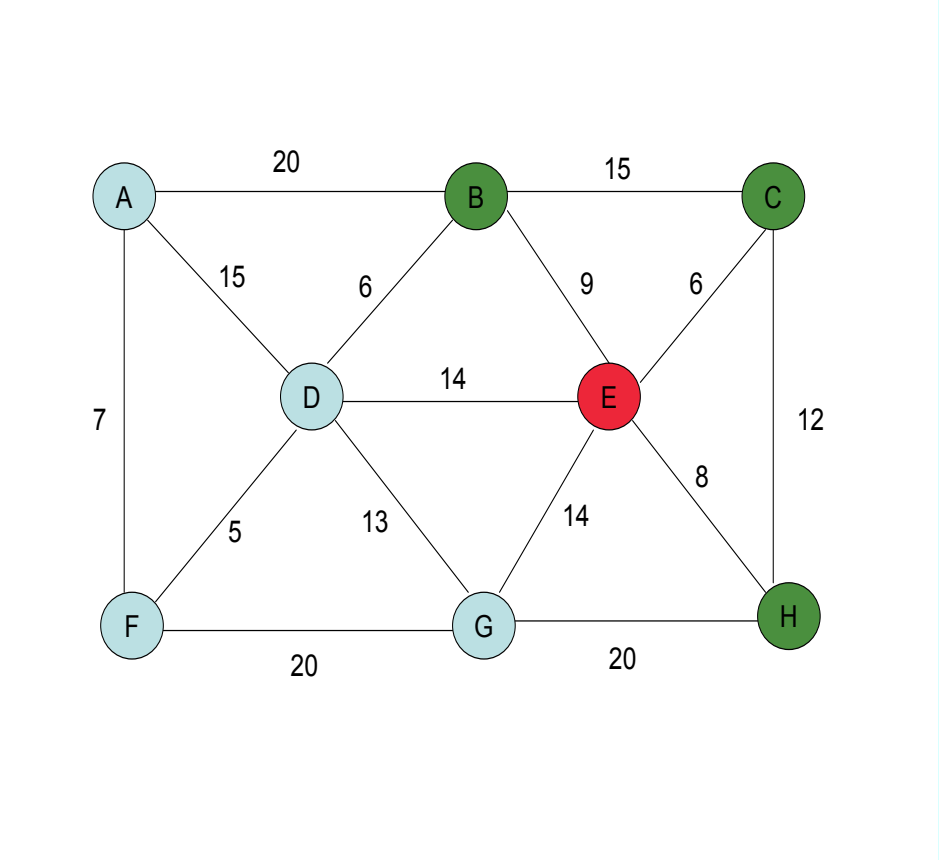
1-mediana



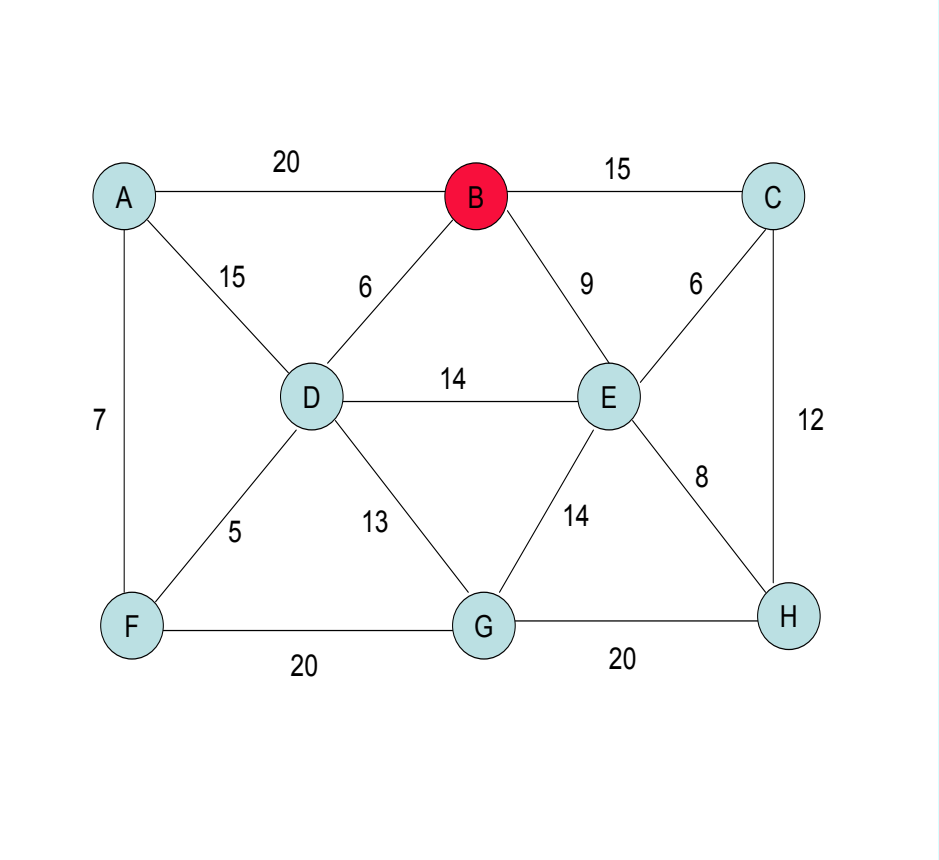
Cubrimiento total (s=10)



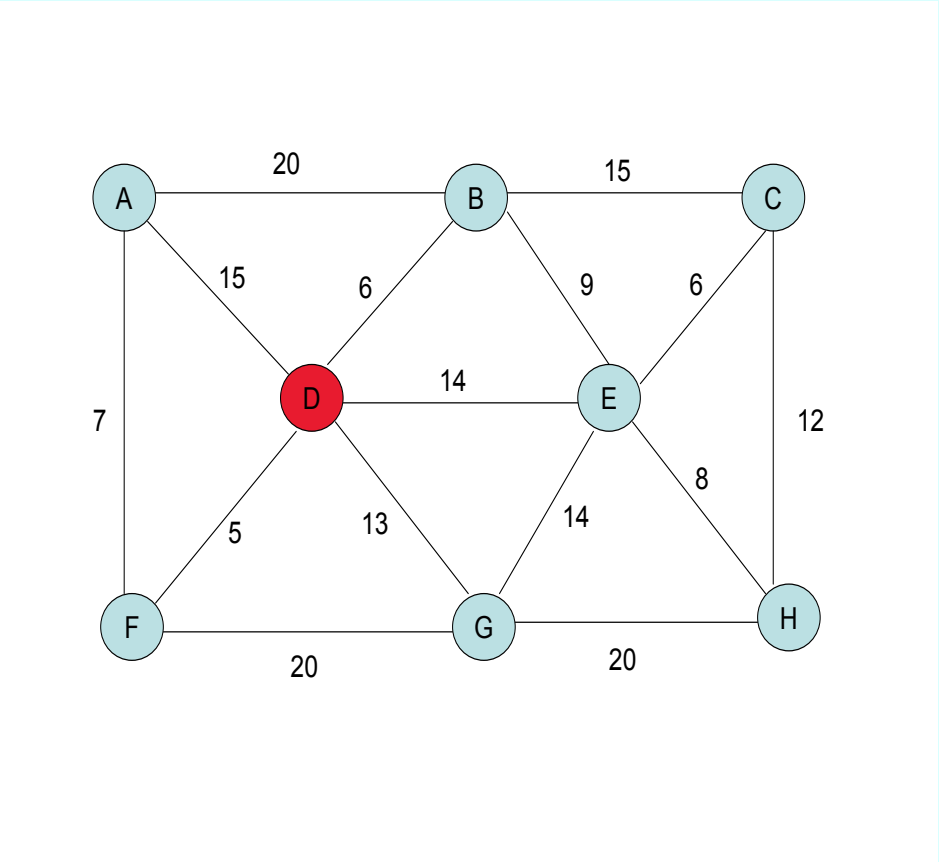
Cubrimiento maximal (s=10, p=1)



1-centro [s=19]



1-mediana



Localización competitiva

Espacio:

- continuo
- en redes
- discreto

Demanda:

- Distribución
- Elasticidad (inelástica / elástica)
- Regla de decisión

Objetivo: Maximizar beneficios

Mercado:

- Tipo de economía
- Problema del seguidor
- Problema del líder
- Abrir y cerrar centros

Variables de decisión:

- Número de centros y localización
- Precios
- Niveles de producción
- Propiedades del centro
- Momento de entrada en el mercado

Modelo líder-seguidor

Problema del seguidor

Existen p centros pertenecientes a una firma A (líder). Una firma B (seguidora) desea entrar en el mercado con r centros situándose en las localizaciones que maximizan la demanda captada.

Problema del líder

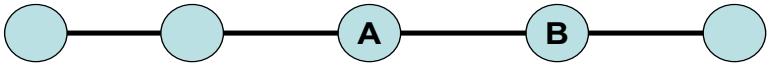
El mercado está vacío. Una firma A (líder) desea entrar en el mercado con p centros, situándose en las localizaciones que le proporcionan la máxima demanda captada, suponiendo que una firma B (seguidora) entrará en el futuro comportándose como una seguidora.

Modelo líder-seguidor

Espacio lineal

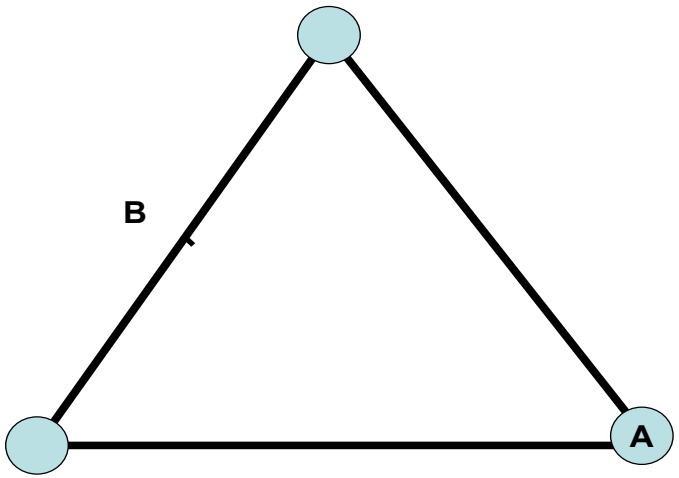
Modelo líder-seguidor

Espacio discreto



Modelo líder-seguidor

Redes



Modelo líder-seguidor. Parámetros.

- I = conjunto de puntos de demanda.
- J = conjunto que contiene los puntos candidatos para instalar un centro y los puntos donde ya existe centro.
- X = subconjunto de J formado por los puntos donde están ubicados los centros existentes.
- w_i = demanda en el punto $i \in I$.
- d_{ij} = distancia entre el punto de demanda i (cliente i) y la localización j.
- μ= proporción de reparto en caso de empate.

Modelo líder-seguidor. Variables de decisión.

- $y_j = \begin{cases} 1 & \text{si se instala un centro en } j \\ 0 & \text{en otro caso.} \end{cases}$
- $x_i = \begin{cases} 1 & \text{si } D(i,Y) < D(i,X) \\ 0 & \text{en otro caso.} \end{cases}$
- $z_i = \begin{cases} 1 & \text{si } D(i,Y) = D(i,X) \\ 0 & \text{en otro caso.} \end{cases}$

  donde, para $i \in I$ y $K \subset J$, se define la distancia desde i al conjunto K, $D(i,K)$, de la forma:

$$D(i,K) = \min \{d(i,j)/j \in K\}.$$

Problema del seguidor. Formulación.

$$\max \sum_{i \in I} w_i x_i + \mu \sum_{i \in I} w_i z_i \tag{1}$$

sujeto a:

$$\sum_{j \in J} y_j = r \tag{2}$$

$$x_i + z_i \leq 1, \ \forall i \in I \tag{3}$$

$$x_i \leq \sum_{j \in R_i} y_j, \ \forall i \in I \tag{4}$$

$$z_i \leq \sum_{j \in T_i} y_j, \ \forall i \in I \tag{5}$$

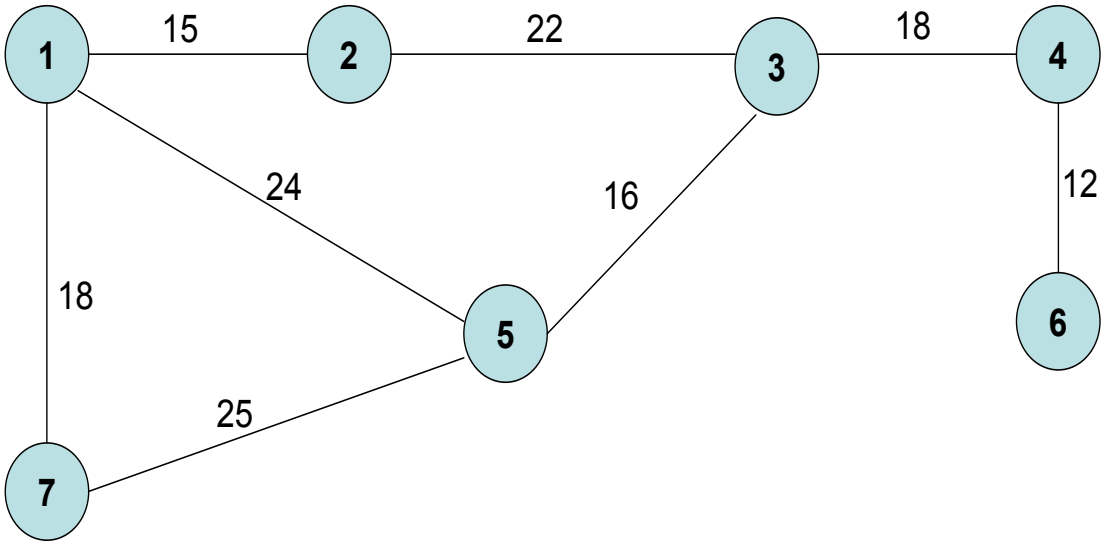
$$y_j, \ x_i, \ z_i \in \{0, 1\}, \ \forall i \in I, \ \forall j \in J \tag{6}$$

donde

$$R_i = \{j \in J : d(i,j) < d(i,X)\}$$

$$T_i = \{j \in J : d(i,j) = d(i,X)\}$$

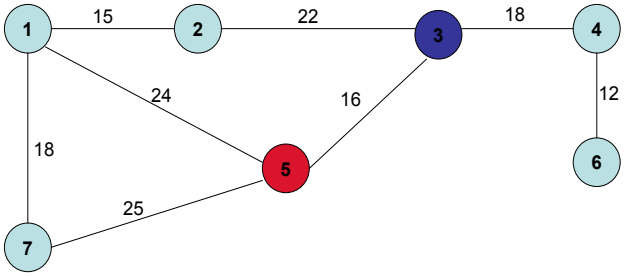
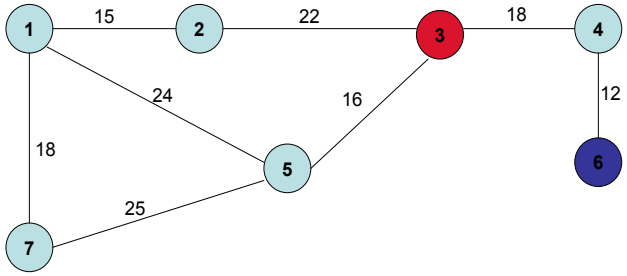
Modelo líder-seguidor



Modelo líder-seguidor

Nodos	1	2	3	4	5	6	7
1	0	15	37	55	24	60	18
2	15	0	22	40	38	52	33
3	37	22	0	18	16	30	41
4	55	40	18	0	34	12	59
5	24	38	16	34	0	36	25
6	60	52	30	12	36	0	57
7	18	33	41	59	25	57	0
Demanda	15	10	12	18	5	24	11

Table: Distancias y demandas

Modelo líder-seguidor ($p = 1,\ r = 1$)

líder en nodo 5 $\Rightarrow$ seguidor en nodo 3 y captura *demanda* $= 64$
líder en nodo 3 $\Rightarrow$ seguidor en nodo 6 y captura *demanda* $= 42$