

## *Estabilidad de los sistemas planetarios*

---

**Manuel Vázquez Abeledo**  
Coordinador de Proyectos  
Área de Investigación, Instituto de Astrofísica de Canarias

### *Resumen*

En este trabajo se presenta el desarrollo histórico de las ideas sobre la estructura y estabilidad del Sistema Solar. El avance de las Matemáticas y la Astronomía ha discurrido en paralelo para darnos un modelo realista compatible con las observaciones. El siglo XIX trajo la teoría del caos, que en su aplicación a nuestro sistema planetario demostró las limitaciones en las predicciones de su comportamiento pasado y futuro en contra del modelo armónico de Laplace. Finalmente, se comparan las propiedades de nuestro sistema y el de los planetas extrasolares descubiertos y se discute la peculiaridad de nuestro entorno.

### *Introducción histórica*

El Sistema Solar muestra una disposición claramente regular, con un objeto estelar central, el Sol, donde se concentra la mayor parte de la masa y los planetas girando en su torno. Estos últimos se dividen en dos tipos principales: los de tipo terrestre tienen menor masa, presentan una superficie sólida y una fina atmósfera; y más al exterior se encuentran los planetas gigantes, de gran masa y gaseosos en la mayor parte de su volumen (Figura 1). En este trabajo trataremos de explicar las razones de esta disposición y su posible estabilidad durante un período prolongado de tiempo. Para ello empezamos con una breve exposición histórica.

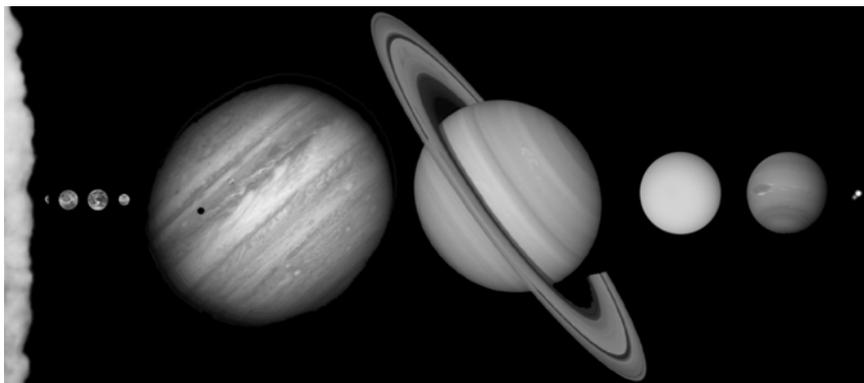


Figura 1. El Sistema Solar.

El inicio de las Matemáticas está ligado a la Geometría. La escuela pitagórica trató de entender el universo con esta herramienta. Uno de los primeros estudios, por Apolonio de Perga (262-190 a.C.) se centró en las cónicas (elipse, parábola e hipérbola). En el terreno filosófico, Aristóteles (384-322 a.C.) estableció una diferenciación abrupta entre el mundo terrestre y el celeste, idea que condicionaría el desarrollo científico durante varios siglos.

Al mismo tiempo los astrónomos trataban de medir, con la mayor precisión posible, las posiciones y movimientos de los seis planetas conocidos, con el objetivo de encajarlos en un modelo coherente del Universo. La búsqueda de una regularidad en su comportamiento permitiría la predicción de su situación futura, cuestión de gran interés por su aplicación en la elaboración de un calendario y su aplicación a la agricultura.

El modelo geocéntrico de Ptolomeo (87-170) necesitó la introducción de diferentes círculos (epiciclos y deferentes) para explicar, sobre todo, el movimiento retrógrado de Marte<sup>1</sup>. Tycho Brahe (1546-1601) mejoró considerablemente las técnicas de observación<sup>2</sup>, pero su modelo, aún haciendo girar a los planetas en torno al Sol, conservaba éste moviéndose alrededor de una Tierra central.

### El cambio de paradigma

Tres acontecimientos iban a marcar un cambio drástico en la visión sobre los movimientos de los planetas que pasaremos a comentar a continuación.

El modelo heliocéntrico de Nicolás Copérnico (1453-1543) permitió establecer un sistema de referencia realista, pero mantenía las órbitas circulares, con lo que persistía gran parte de los problemas con la órbita de Marte. Fue Johannes Kepler (1571-1630) quién, analizando en detalle las observaciones de Marte realizadas por Tycho Brahe, dotó al Sistema Solar de la geometría adecuada. Los planetas trazan órbitas elípticas con el Sol en uno de sus focos<sup>3</sup>. Es la primera de las tres leyes de Kepler, fundamentales para describir el movimiento de los planetas en nuestro sistema.

Isaac Newton (1643-1727) dio el paso decisivo al establecer la causa física de las leyes empíricas de Kepler. Después de elaborar sus conocidas leyes del movimiento, demostró en su ley de gravitación universal que *una partícula es atraída por otra con una fuerza directamente proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre ellas*. Con ello vino a unificar la mecánica de los cuerpos que se mueven en la Tierra con la de los planetas en el firmamento. Como novedad adicional demostró que un planeta no se mueve alrededor de un Sol estacionario, sino que ambos orbitan alrededor de un centro de masas común. Esto llevó a una corrección de la tercera ley de Kepler, que

---

<sup>1</sup> Los círculos eran las figuras geométricas que simbolizaban la perfección, según la doctrina imperante de Platón.

<sup>2</sup> Los errores de sus medidas fueron menores que 2 minutos de arco, valor especialmente meritorio teniendo en cuenta que se realizaron antes de la invención del telescopio.

<sup>3</sup> El parámetro definitorio de una elipse es la excentricidad  $e = (1 - b^2/a^2)^{1/2}$ , donde  $a$  y  $b$  son el eje mayor y menor de la elipse, respectivamente.

resultó muy pequeña debido a la gran diferencia de masas entre el Sol y el mayor de sus planetas.

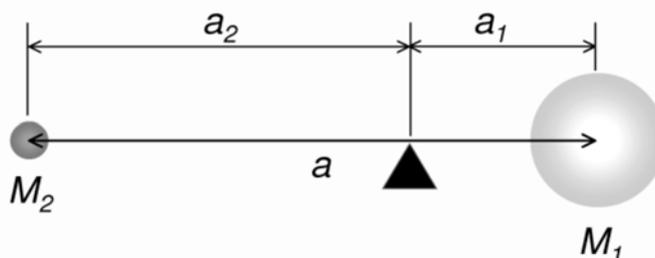


Figura 2. Movimiento de dos cuerpos con masas  $M_1$  y  $M_2$  en torno a su centro de masas común.

Combinando sus leyes de la dinámica y de la gravitación, Newton encontró que dos cuerpos sufriendo la atracción gravitatoria seguirán trayectorias descritas por cónicas. La Geometría y la Física quedaban perfectamente enlazadas. Si ambos cuerpos están ligados gravitacionalmente, la órbita será una *elipse* con un *círculo* como caso particular. En caso de que el segundo cuerpo logre vencer la atracción gravitacional del primero describirá una *hipérbola*. En un caso de igualdad tendremos una *parábola*.

### Desarrollo del cálculo infinitesimal

Los cálculos de las trayectorias de los planetas se habían basado en métodos geométricos. El primer paso en la simplificación fue dado por R. Descartes (1596-1650) y P. Fermat (1601-1665) con el desarrollo de la geometría analítica, que permitía describir curvas con ecuaciones algebraicas. Salvando los prejuicios filosóficos sobre la idea del infinito, I. Newton y G. Leibniz (1646-1716) introdujeron los conceptos de la derivada y la integral, que significaron un gran avance para la determinación de trayectorias de los objetos celestes y el planteamiento teórico de nuevos problemas. Poco después, J. Bernoulli (1654-1705) planteó las ecuaciones diferenciales básicas para el movimiento de los planetas.

### El problema de los tres cuerpos

Ahora bien, tan sólo tenemos una solución analítica para el caso de considerar dos cuerpos<sup>4</sup>. En principio nuestro Sistema Solar se adecúa bastante a esta simplificación, dado que la fuerza gravitacional ejercida por el Sol, resulta dominante. Sin embargo, conforme fue mejorando la precisión de las medidas de los movimientos planetarios, más complicado resultaba reproducirlos. El objeto que presentaba los mayores problemas era sin duda la Luna. L. Euler (1707-1783) y A.C. Clairaut (1713-1765) desarrollaron el cálculo de perturbaciones que, en su aplicación a la mecánica celeste, suponía que la órbita verdadera sería la superposición de un valor medio (*problema de dos cuerpos*) y de una perturbación.

<sup>4</sup> Para tres cuerpos sujetos a fuerzas gravitacionales mutuas, las leyes del movimiento nos conducen a un sistema de ecuaciones con 18 incógnitas.

Por su lado, J.L. Lagrange (1736-1813) encontró una solución analítica para el problema de tres cuerpos, cuando la masa del tercero es mucho menor que la de los dos primeros y su movimiento se encuentra en el mismo plano orbital. Es lo que se conoce como el *problema restringido de los tres cuerpos*.

Aún con estos inconvenientes la predicción del comportamiento de un sistema dinámico como el Sistema Solar alcanzó su mayor hito en la Historia de la Ciencia con el descubrimiento, mediante cálculos matemáticos, de un nuevo planeta, Neptuno. W. Herschel (1738-1822) había descubierto el planeta Urano en 1781. Pronto, y de forma independiente, el británico J.C. Adams (1819-1892) y el francés Urbain Leverrier (1811-1877) encontraron anomalías en la órbita de Urano que interpretaron como debidas a la acción gravitatoria de un planeta desconocido situado todavía más lejos del Sol. Cada uno de ellos encontró grandes problemas para convencer a sus colegas para dedicar una parte de su tiempo de telescopio en observar la zona donde se debía de encontrar el nuevo planeta. Finalmente, dos astrónomos del Observatorio de Berlín (J.S. Galle y D'Arrest), siguieron la sugerencia de Leverrier, y pronto encontraron Neptuno el 23 de septiembre de 1846.

A principios del siglo XIX, Pierre Simon Laplace (1749-1827) pensó que con las herramientas disponibles podría predecirse con total seguridad el futuro de un sistema planetario, idea que encajaba perfectamente con un modelo armónico de los cielos. Los movimientos medios de los planetas y satélites eran estables, las desviaciones se compensaban y las anomalías aparentes eran periódicas<sup>5</sup>. Pero pronto la situación se volvió más complicada y al mismo tiempo más interesante.

### Limitaciones de las predicciones: el caos

Respondiendo a un concurso convocado por la corte sueca, H. Poincaré (1854-1912) presentó un trabajo en el que demostraba que *no es posible integrar las ecuaciones de movimiento de tres cuerpos sometidos a interacciones mutuas, no siendo factible encontrar una solución analítica al movimiento de los planetas válida para un intervalo infinito de tiempo*. Este trabajo viene a marcar el inicio de la teoría del caos.

Los sistemas dinámicos se dividen en *estocásticos*, con los movimientos debidos al azar, y *deterministas*, cuando éstos obedecen a una causa. En el último caso, si la relación causa-efecto es no-lineal tenemos un límite temporal en la precisión de las predicciones. Ya en el siglo XX, E.N. Lorentz definió el caos como la sensibilidad del sistema a las condiciones iniciales. El mundo armónico de Kepler y Laplace resulta de una visión a corto plazo de nuestro Sistema.

La Figura 3 nos ilustra sobre la transición entre un régimen regular y uno caótico. La diferencia entre dos posibles trayectorias varía en una primera fase de una forma regular, hasta llegar a un tiempo crítico en que la diferencia crece de una forma exponencial. Esta zona de transición se conoce con el nombre de *tiempo de Lyapunov*,  $T_L$ , que para los planetas terrestres será del orden de cinco millones de años, aumentando a diez para los planetas gigantes.

---

<sup>5</sup> Uno de los quebraderos de cabeza de los astrónomos anteriores a Laplace era explicar la aparente aceleración de Júpiter y la deceleración de Saturno que habría llevado a una catástrofe importante a una escala de pocos millones de años. Laplace demostró que este comportamiento era periódico.

Ahora bien, si exceptuamos a Plutón, no tenemos evidencia de tales comportamientos caóticos a esta escala de tiempos. El teorema de Kolmogorov-Arnold-Moser (KAM) nos explica que en el caso del problema restringido de tres cuerpos las órbitas de los planetas se mantienen dentro de un toroide; solamente un desplazamiento brusco puede ocasionar el abandono de dicha zona. Veamos en qué casos esto puede tener lugar en el Sistema Solar.

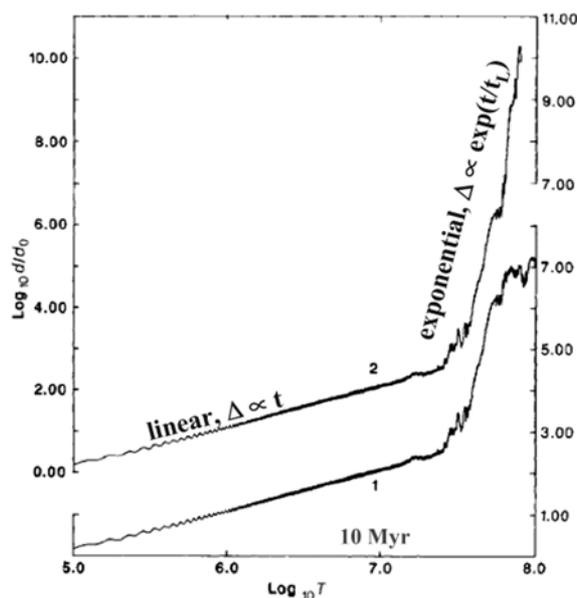


Figura 3. Dos clases de sistemas dinámicos.

### Resonancias en pequeños cuerpos del Sistema Solar

En mecánica celeste, dos cuerpos se encuentran en *resonancia* cuando la relación entre dos cantidades que caracterizan su movimiento es el cociente de dos números enteros (por ejemplo 1:1, 2:1, 3:2, etc.). En esta situación se asegura la repetición de ciertas configuraciones geométricas entre los dos cuerpos y, por lo tanto, la recurrencia periódica de interacciones gravitacionales.

Además del Sol, los planetas y sus satélites, nuestro sistema se encuentra poblado por numerosos objetos de pequeño tamaño: los asteroides y los cometas. Los primeros se encuentran entre las órbitas de Marte y Júpiter. En 1867, Daniel Kirkwood encontró que en las posiciones que coincidían con resonancias del semieje mayor de Júpiter faltaban asteroides. Modelos de su comportamiento dinámico mostraban que a escalas de cientos de miles de años se producían variaciones bruscas en la excentricidad que lanzaban a los asteroides al interior del sistema Solar, donde eventualmente podían colisionar con cualquiera de los planetas terrestres. El ejemplo más conocido es el del impacto que causó la extinción de los dinosaurios, y muchas otras especies, hace 65 millones de años. En nuestros días, el peligro de colisión persiste. Tenemos, por tanto, que la inestabilidad dinámica del Sistema Solar puede conducir a una amenaza real para la vida en nuestro planeta.

En resumen, podemos señalar dos puntos principales: a) las inestabilidades tienen su principal origen en un solapamiento de resonancias y se traducen en un aumento abrupto de las excentricidades de los cuerpos perturbados, y b) la aparente estabilidad actual es una consecuencia de la propia edad del Sistema Solar, ya que la mayor parte de las grandes colisiones e inestabilidades ya han tenido lugar.

### Predicciones a largo plazo

Los planetas se mueven en un espacio tridimensional donde además de la excentricidad debemos considerar otros parámetros que configuran los elementos de una órbita. Tres ángulos la definen (Figura 4): a) la inclinación del eje de rotación con respecto al plano de la eclíptica, b) la longitud del nodo con respecto a un plano fijo  $OX$ , y c) la longitud del perihelio.

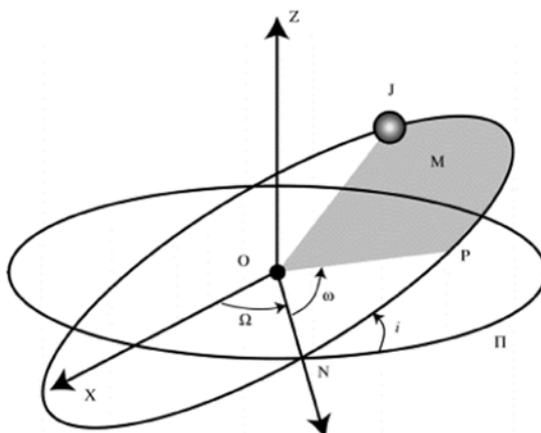


Figura 4. Elementos orbitales.

Los métodos numéricos de resolución de ecuaciones diferenciales han permitido una estima de tipo probabilístico sobre el comportamiento a largo plazo de los elementos orbitales del Sistema Solar. Varias cuestiones destacan de estos trabajos:

- La gran estabilidad de los planetas gigantes.
- Las fuertes variaciones en la inclinación del planeta Marte, contrastando con la relativa pequeña amplitud del caso terrestre<sup>6</sup>. Este factor puede no tener graves consecuencias sobre la inestabilidad del sistema planetario en su conjunto, pero sí las tiene para el clima de un determinado planeta. La presencia de un satélite relativamente tan grande como es la Luna estabilizó la órbita terrestre, evitando que

<sup>6</sup> A pesar de su pequeña amplitud estas fluctuaciones son la causa de las glaciaciones que la Tierra ha sufrido en los últimos dos millones de años. En Marte se han encontrado recientemente evidencias geológicas de similares procesos a una mayor escala.

nuestro planeta sufriera grandes fluctuaciones que seguramente hubieran afectado negativamente la evolución de la vida.

- El planeta Mercurio muestra fuertes oscilaciones en su órbita con el peligro de ser inyectado en una órbita hiperbólica fuera del Sistema Solar. Sin embargo, en general se considera que este suceso no tendrá lugar antes de que el Sol se expanda, en su fase de gigante roja, más allá de la órbita de Mercurio.
- Teniendo en cuenta las variaciones que experimentan las posiciones medias de los planetas terrestres podemos asegurar que la región interna está completa. Sin embargo, esta es una situación de estabilidad adquirida, ya que en los primeros cientos de años de historia del sistema, objetos del tamaño del planeta Marte debieron de moverse en esta región. Como prueba tenemos la colisión que sufrió la Tierra con un cuerpo del tamaño de Marte, formándose como resultado la Luna.

### Sistemas planetarios extrasolares

Desde principios del siglo XX, los diferentes modelos sobre el origen del Sistema Solar han indicado que la formación de planetas es un proceso que debería acompañar al de una estrella. Sin embargo, tuvimos que esperar hasta 1995 para la primera evidencia observacional de la existencia de planetas alrededor de otras estrellas.

En la actualidad se han descubierto unos 120 sistemas planetarios extrasolares, que por limitaciones en el método de detección se reducen a planetas gigantes. Para sorpresa general, la mayoría se encontraban muy cerca de la estrella o mostraban grandes valores de la excentricidad. Dado que planetas gigantes no pudieron formarse muy cerca de la estrella, la única explicación es que dicho proceso ocurrió en la zona exterior, migrando a continuación hacia el interior.

Las aparentemente extrañas características de los sistemas extrasolares descubiertos nos invitan a preguntarnos si nuestro Sistema Solar tiene alguna particularidad que le distingue de otros. Los modelos existentes no nos dan todavía una explicación convincente de por qué en numerosos casos los planetas gigantes migran hacia el interior, mientras que en algunas situaciones permanecen en las regiones exteriores en órbitas casi circulares. Dado que la disposición actual de planetas en nuestro sistema ha favorecido, aunque no podemos precisar hasta qué grado, el origen y desarrollo de la vida en la Tierra, el responder a esta cuestión puede tener fuertes implicaciones.

Podemos imaginarnos tres tipos de órbitas diferentes (Figura 5) en que un planeta terrestre pueda encontrarse en una zona dinámicamente estable y al mismo tiempo recibir suficiente radiación de la estrella para mantener agua líquida en su superficie, una condición que parece esencial para el desarrollo de la vida. Por simplicidad hemos dibujado las órbitas circulares, aunque ya hemos comentado que la excentricidad de los planetas es el parámetro decisivo para su entrada en un régimen inestable de tipo caótico. Asimismo hemos reducido la representación a un planeta de cada tipo, con el convencimiento de que la realidad es más compleja con varios cuerpos interactuando mutuamente.

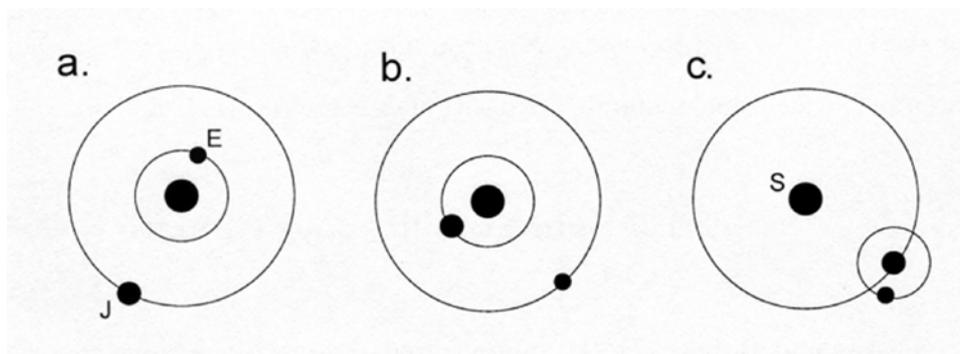


Figura 5: Posibles ubicaciones de planetas terrestres en órbitas estables: a) planeta terrestre (E) interior al gigante (J); b) planeta terrestre exterior al gigante y fuera de su acción gravitacional; y c) planeta terrestre orbitando al gigante.

El primer caso es, obviamente, el de nuestro sistema planetario. En las otras dos situaciones nos podemos preguntar si la migración del planeta gigante pudo haber perturbado seriamente al planeta terrestre en su camino (caso b) o llegar a perder su satélite masivo (caso c).

Se puede razonablemente argüir que la muestra estadística de que se dispone es todavía muy débil y se limita a planetas gigantes no situados muy lejos de la estrella<sup>7</sup>. La detección de planetas similares a la Tierra no se prevé sea factible hasta el 2015 con el proyecto Terrestrial Planet Finder (TPF). Quizás entonces podamos tener datos con los que formular una respuesta a la cuestión sobre la peculiaridad de nuestro Sistema Solar y, por extensión, de la vida.

### Agradecimientos

Mi agradecimiento a los organizadores de SCTM05 por invitarme a participar de sus actos en La Laguna y Las Palmas. En especial, quisiera mencionar a José Méndez, Isabel Marrero, Edith Padrón y Juan Rocha Martín.

### Referencias

- A. Gómez Roldán: *Historia de la Astronomía*. Acento Ediciones, 2002.  
 I. González Martínez-Pais: *Introducción a la mecánica celeste (formulación newtoniana)*. Servicio de Publicaciones, Universidad de La Laguna, 2003.  
 J. Laskar, F. Joutel, P. Robutel: Stabilization of the Earth's obliquity by the Moon. *Nature* 361 (1993), 615-617.

<sup>7</sup> De hecho un extraterrestre utilizando las técnicas actuales no hubiera podido detectar ningún planeta alrededor de nuestro Sol.

- M. Lecar, F.A. Franklin, M.J. Holman, N.M. Murray: Chaos in the Solar System. *Annual Review of Astronomy and Astrophysics* 39 (2001), 581-631.
- M. Mayor, D. Queloz: A Jupiter-mass companion to a solar-type star. *Nature* 378 (1995), 355.
- C.D. Murray, S.F. Dermott: *Solar System dynamics*. Cambridge University Press, 2001.
- I. Newton: *Principios matemáticos de la filosofía natural (Introducción y Libro I)*. Alianza Ensayo, 1998.
- I. Peterson: *Newton's clock: Chaos in the Solar System*. W.H. Freeman, 1993.
- H. Poincaré: *New methods of celestial mechanics*. American Institute of Physics, 1993.
- I. Prigogine: *Las leyes del caos*. Editorial Crítica, 1997.
- M. Vázquez Abeledo, E. Martín Guerrero: *La búsqueda de vida extraterrestre*. McGraw-Hill Interamericana, 1999.